

# **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ В ПРИЛОЖЕНИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ СИНТЕЗА МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО ОБЪЕКТА**





МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

БАЛТИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
“ВОЕНМЕХ” им. Д.Ф. УСТИНОВА

---

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ  
В ПРИЛОЖЕНИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ  
СИНТЕЗА МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ  
ПОДВОДНОГО ОБЪЕКТА**

Учебное пособие

Утверждено  
на заседании Ученого совета  
01 декабря 2022 г.

УДК 623.827.05:531.1]:004.9(075.8)

ББК 22.213

Ч 67

*Авторы:*

*И.П. Саитов, В.В. Ровник, А.В. Сумин, А.А. Курносов,  
В.А. Бородавкин, Д.В. Фомичев, А.А. Деулин, М.И. Романова*

Ч 67 Численное моделирование процессов управления в приложении к решению задач синтеза модели движения подводного объекта: Учеб. пособие. — М.: Изд-во МАИ, 2024. — 84 с.: ил.  
ISBN 978-5-4316-1114-8

Приведены основные сведения о движении объекта под водой, разобраны принципы построения математической модели движения подводного объекта в ПО компьютерного моделирования «SimInTech», а также рассмотрен ограниченный круг задач, дающих общее представление о методах управления пространственным положением подводного объекта.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальностям 27.03.04 «Управление в технических системах»; 27.02.04 «Автоматические системы управления»; 26.05.01 «Проектирование и постройка кораблей, судов и объектов океанотехники», а также для специалистов, имеющих базовую теоретическую и практическую подготовку в области физики, высшей математики, теоретической механики, теории автоматического управления и методов численного моделирования физических процессов.

**Рецензенты:**

кафедра «Ракетостроение» Балтийского государственного технического университета «Военмех» им. Д.Ф. Устинова (канд. техн. наук, доцент *К.А. Бурковецкий*);  
гл. науч. сотрудник АО «СПМБМ «Малахит», докт. техн. наук, профессор *С.А. Петров*

## ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящих материалах применяют следующие термины с соответствующими определениями:

Компьютерная модель (электронная модель)[ГОСТ Р 57412, п. 3.1.7] — модель, выполненная в компьютерной (вычислительной) среде и представляющая собой совокупность данных и программного кода, необходимого для работы с данными

Математическая модель [ГОСТ Р 57412, п. 3.1.4] — модель, в которой сведения об объекте моделирования представлены в виде математических символов и выражений

Моделирование [ГОСТ Р 57412, п. 3.1.6] — изучение свойств и/или поведения объекта моделирования, выполненное с использованием его моделей

Модель [ГОСТ Р 57412, п. 3.1.1] — сущность, воспроизводящая явление, объект или свойство объекта реального мира

Объект моделирования [ГОСТ Р 57412, п. 3.1.2] — явление, объект или свойство объекта реального мира

## ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

В настоящих материалах применяют следующие сокращения и обозначения:

*CAE* — *Computer-Aided Engineering* (средства автоматизации инженерных расчётов, анализа и симуляции физических процессов, осуществляют динамическое моделирование, проверку и оптимизацию изделий)

БД — база данных

ДС — дифференциальная система

КГР — кормовые горизонтальные рули

КД — конструкторская документация

КДЦ — кормовая дифференциальная цистерна

ЛП — левое перо

НГР — носовые горизонтальные рули

НДЦ — носовая дифференциальная цистерна

ПО — программное обеспечение

ПП — правое перо

САПР — система автоматизированного проектирования

УС — уравнивательная система

УЦ — уравнивательная цистерна

## ВВЕДЕНИЕ

Цель практикума – получение слушателями открытой площадки АО «СПМБМ «Малахит» знаний и навыков, необходимых для самостоятельного решения в ПО «SimInTech» задач построения моделей объектов управления на примере синтеза модели движения подводного объекта и его исполнительных органов.

В материалах рассмотрена теория движения объекта под водой, на основании которой была выведена структура линейной математической модели движения подводного объекта в вертикальной плоскости и дано её математическое описание. Данная модель была построена в ПО компьютерного моделирования «SimInTech». Результаты моделирования во всех случаях подтверждают аналитические расчёты, что говорит о корректной работе полученной математической модели движения подводного объекта.

Также в работе описаны общие сведения об исполнительных органах рассматриваемого подводного объекта – гидравлическом приводе, уравнильной и дифференциальной системах. Были построены их математические модели. Результаты моделирования подтверждают корректную работу исполнительных органов в соответствии с их математическим описанием и разработанным алгоритмом работы.

На последнем этапе была показана совместная работа моделей движения подводного объекта, гидропривода, уравнильной и дифференциальной систем. Результаты моделирования носят ожидаемый характер и корректно соотносятся с общей теорией движения объекта под водой.

Материалы настоящего практикума ориентированы на специалистов, имеющих базовую теоретическую и практическую подготовку в области физики, высшей математики и теоретической механики.

## 1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПРАКТИКУМА

Подводный объект (корабль) – это объект (такой как подводная лодка, подводный аппарат и пр.), способный погружаться и изменять своё пространственное положение под водой. Под изменением пространственного положения понимается управление по курсу, по крену, по глубине и по дифференту.

Курс – угол в плоскости истинного горизонта между носовой частью диаметральной плоскости судна и направлением на север. Измеряется в градусах по часовой стрелке от  $0^\circ$  (т. н. «чистый норд») до  $359^\circ$ . Обозначается греческим символом  $\varphi$  («Phi»).

Крен – поворот объекта вокруг его продольной оси. Обозначается греческим символом  $\theta$  («Theta»).

Глубина – расстояние по вертикали от поверхности воды до центра масс находящегося в подводном положении подводного объекта. Обозначается греческим символом  $\eta$  («Eta»).

Дифферент – угол отклонения плоскости мидель-шпангоута от вертикали. Обозначается греческим символом  $\psi$  («Psi»).

Плоскость мидель-шпангоут – сечение корпуса корабля вертикальной поперечной плоскостью, расположенное на половине длины между перпендикулярами теоретического чертежа судна.

Диаметральная плоскость – в теории корабля вертикальная продольная плоскость, представляющая плоскость симметрии судна. Диаметральная плоскость проходит через всю длину судна и делит его на две симметричные части.

Основная плоскость – горизонтальная плоскость, проходящая через самую нижнюю точку корпуса корабля (не считая выступающих частей).

Перечисленные выше плоскости входят в число основных точек, линий и плоскостей теоретического чертежа.

В отличие от надводного судна, подводный объект обладает способностью преднамеренно изменять свою осадку вплоть до полного погружения в воду и ухода на глубину за счёт заполнения забортной водой цистерн главного балласта. Погружение и всплытие подводного объекта осуществляется за счёт погашения и восстановления запаса плавучести.

Подводные объекты условно можно разделить на три класса:

- а) военного назначения (атомные и дизельные подводные лодки);
- б) научно-исследовательского назначения (подводные глубоководные аппараты);

в) частного/туристического назначения (экскурсионные подводные аппараты и др.).

Подводные объекты, как правило, имеют 1 (прочный) или 2 (прочный или лёгкий) корпуса. Лёгкий корпус – водопроницаемый корпус, который предназначен для придания кораблю гидродинамически совершенных обводов. Прочный корпус – водонепроницаемый корпус, который способен выдержать давление воды на больших глубинах погружения. Внутри прочный корпус, как правило, разделён на отсеки переборками, что повышает живучесть корабля в случае пробоины или пожара. Типичный материал прочного корпуса – легированная сталь с высоким пределом текучести.

Погружение подводного объекта осуществляется путём изменения запаса плавучести и дифферента посредством заполнения нескольких цистерн главного балласта (ЦГБ), а всплытие – вытеснением воды из балластных цистерн сжатым воздухом или газом. На подводных объектах может иметься множество различных цистерн, предназначенных для управления дифферентом, для хранения топлива, питьевой воды, балласта и т.д. Для продувки балластных цистерн служит система воздуха высокого давления (ВВД) давлением 200–400 кг/см<sup>2</sup>.

Под плавучестью корабля понимают его способность оставаться на плаву при заданной нагрузке. Эта способность характеризуется запасом плавучести, который выражается как процент объёма водонепроницаемых отсеков выше ватерлинии от общего водонепроницаемого объёма (рис. 1.1). Любое нарушение непроницаемости ведёт к снижению запаса плавучести.

Физический смысл запаса плавучести – это объём воды, который судно может принять (например, при затоплении отсеков) и оставаться на плаву.

На подводный объект в подводном положении без учёта силы инерции действуют: сила тяжести  $F_g$  и сила плавучести  $F_{\Pi}$  (Архимедова сила), противоположные по направлению.

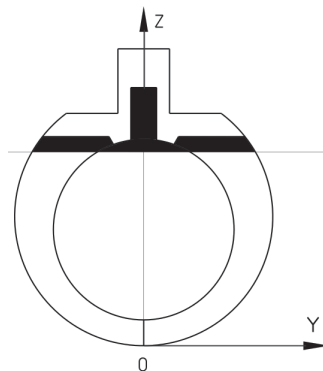


Рис. 1.1. Запас плавучести (закрашен)

$$F_g = mg, \quad (1.1)$$

где  $m$  – масса объекта (изменяется приёмом/отливом балласта), кг;  
 $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

$$F_{\Pi} = \gamma W, \quad (1.2)$$

где  $\gamma$  – удельный вес забортной воды, Н/м<sup>3</sup>;

$W$  – объёмное водоизмещение объекта (изменяется под действием гидростатического давления, зависящего от глубины), м<sup>3</sup>.

Сумма векторов силы тяжести  $F_g$  и силы плавучести  $F_{\Pi}$  определяет величину и направление силы остаточной плавучести  $F$ , под действием которой возникает ускорение, влияющее на скорость изменения глубины – подводный объект может перемещаться на всплытие или погружение, а также компенсировать силы инерции.

На практике подводный объект имеет остаточную плавучесть, т.е. существует разница между объёмом ЦГБ и объёмом воды, которую нужно принять для полного погружения. Эта разница компенсируется с помощью цистерн вспомогательного балласта, в качестве которого может выступать уравнивательная цистерна (УЦ). Приём или откачка воды в УЦ погашает остаточную плавучесть. Но любой приём балласта сопровождается его смещением. Подводный объект под водой очень чувствителен, особенно к продольным смещениям. Достаточно переместить из носа в корму сотню килограмм, чтобы сбить дифферент.

Для компенсации продольного смещения грузов имеются дифферентные цистерны – носовая и кормовая. Основным способом перекачки вспомогательного балласта между дифферентными цистернами является передувание с помощью сжатого воздуха, так как этот способ быстрее. Возможна также перекачка с помощью помп (насосов).

Приём/откачка вспомогательного балласта и его перекачка с целью добиться равновесия погруженного подводного объекта на ровном киле называется дифферентовкой.

Подводный объект считается нормально удифферентованным, если в подводном положении плавает на ровный киль, и для поддержания глубины и дифферента на ходу достаточно небольших перекладок рулей. На практике считается, что подводный объект должен идти с дифферентом от 0,5 до 1,5 градуса на нос (на погружение).

Цистерны вспомогательного балласта находятся внутри прочного корпуса. УЦ – вблизи центра тяжести, дифферентные – в оконечностях. Уравнивательная цистерна выполняется прочной, дифферентные могут быть лёгкими.

Изменение глубины и дифферента производится с помощью рулей – кормовых горизонтальных рулей (КГР) и носовых горизонтальных рулей (НГР). Управление курсом осуществляется вертикальными рулями (ВР).

Для задания скорости хода подводных объектов могут применяться атомные или дизельные энергетические установки, электрические аккумуляторы.

На стадии проектирования параметры подводного объекта (длина, ширина, запас плавучести и пр.) выбираются таким образом, чтобы обеспечить достижение заданных заказчиком характеристик (максимальная скорость хода, управляемость, остойчивость и пр.).

Движение объекта под водой в теории описывается шестью дифференциальными уравнениями, в которых учитываются все силы и моменты, действующие на подводный объект (подробнее в следующем разделе практикума). С помощью систем автоматизированного проектирования (САПР) имеется возможность создавать математические модели движения подводных объектов и получать приближенные динамические характеристики проектируемого корабля, тем самым избежать ошибок на самой ранней стадии.

В настоящей работе в качестве САПР используется программное обеспечение (ПО) «SimInTech» российской фирмы «ЗВ-сервис».

ПО «SimInTech» – российская система модельно-ориентированного проектирования систем автоматического управления (САУ).

ПО «SimInTech» состоит из графической среды разработки и исполнитель- ной системы реального времени «NordWind».

ПО «SimInTech» – среда создания математических моделей, алгоритмов уп- равления, интерфейсов управления и автоматической генерации кода для про- граммируемых контроллеров и графических дисплеев.

ПО «SimInTech» предназначено для детального исследования и анализа не- стационарных процессов в различных объектах управления. Разработка матема- тических моделей и алгоритмов управления в ПО «SimInTech» происходит в виде структурного проектирования логико-динамических систем, описываемых во вхо- до-выходных отношениях, в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений и/или дифференциально-алгебраических уравнений (рис. 1.2).



Рис. 1.2. Концепция построения комплексной модели в ПО «SimInTech»

ПО «SimInTech» решает задачи моделирования объектов ВПК/ОПК, энер- гетических объектов, атомных объектов, нефтегазовых объектов, аэрокосмиче- ских объектов, транспортных объектов и других. Кроме этого, ПО «SimInTech» предназначено для создания тренажеров.

Для создания математической модели объекта ПО «SimInTech» содержит библиотеки для моделирования:

- теплогидравлики/пневматики;
- электроцепей в действующих и мгновенных значениях;
- силовых машин гидравлических/пневматических;
- механических взаимодействий;
- точечной кинетики нейтронов;
- баллистики космических аппаратов;

- динамики полёта летательных аппаратов в атмосфере;
- электрических приводов и т.д.

Принципы работы в ПО «SimInTech» детально рассматриваются в Разделах 3 и 5 данного практикума.

## 2. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ДВИЖЕНИИ ПОДВОДНОГО ОБЪЕКТА

Основная цель данного раздела получить уравнения движения подводного объекта в вертикальной плоскости и построить их структурную схему. Движение подводного объекта в горизонтальной плоскости в рамках данной работы не рассматривается.

Движение подводного объекта характеризуется динамическими и кинематическими составляющими.

### 2.1. Кинематические параметры движения подводного объекта

Кинематическими параметрами при движении подводного объекта являются векторы скорости и угловой скорости, которые можно выразить через их проекции на связанные оси подводного объекта:

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}, \quad \vec{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

где  $\vec{V}$  – вектор скорости подводного объекта, м/с;

$\vec{\Omega}$  – вектор угловой скорости подводного объекта, рад/с;

$V_x, V_y, V_z$  – проекции вектора скорости на связанные оси, м/с;

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – проекции вектора угловой скорости на связанные оси, рад/с.

Важнейшим моментом для вывода уравнений движения подводного объекта является использование различных систем координат.

Основные системы координат подводного объекта (рис. 2.1):

1) базовая земная система координат  $A\xi\eta\zeta$ . Точка  $A$  принадлежит маршрутной траектории подводного объекта, ось  $A\eta$  соединяет точку  $A$  с центром Земли, Оси  $A\xi$  и  $A\zeta$  лежат в плоскости местного горизонта, причем ось  $A\xi$  направлена на север. Данная система координат является неподвижной;

2) полусвязанная система координат  $OX_1Y_1Z_1$ . Подвижная система координат, которая перемещается вместе с подводным объектом с началом в центре масс. При этом оси этой системы имеют фиксированное положение – либо параллельны осям базовой системы координат, либо повернуты на фиксированный курсовой угол;

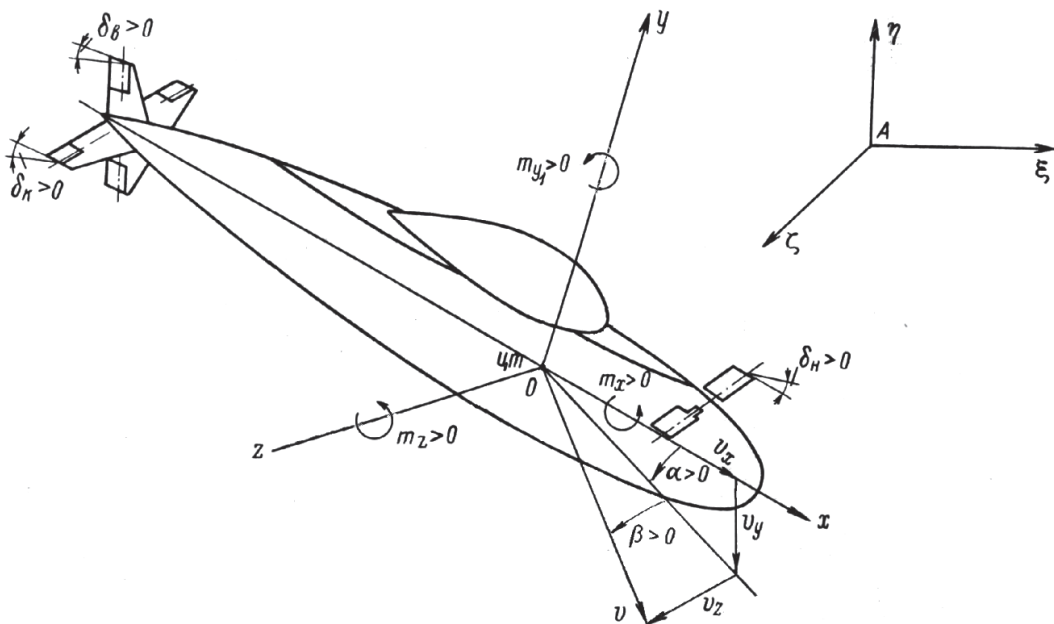


Рис. 2.1. Координатные оси, знаки углов атаки, дрейфа и перекадки рулей

3) связанная система координат  $OXYZ$ . Подвижная система координат, которая жестко связана с центром масс подводного объекта и перемещается вместе с ним в пространстве. Продольная ось  $OX$  и нормальная ось  $OY$  лежат в продольной плоскости симметрии подводного объекта. Ось  $OX$  направлена в нос, ось  $OY$  вертикально вверх. Ось  $OZ$  образует с этими осями правую систему координат. Данная система координат используется для получения уравнений динамики подводного объекта.

Ориентация подводного объекта в пространстве в любой момент времени определяется взаимным расположением связанной системы координат и полусвязанной, которое характеризуется углами Эйлера:

- угол рыскания (курса)  $\varphi$  — угол между проекцией связанной оси  $OX$  на горизонтальную плоскость и осью  $OX_1$ ;
- угол дифферента  $\psi$  — угол между связанной осью  $OX$  и горизонтальной плоскостью;
- угол крена  $\theta$  — угол между продольной плоскостью симметрии подводного объекта и вертикальной плоскостью, содержащей связанную ось  $OX$ .

Углы Эйлера положительны при повороте против часовой стрелки относительно соответствующих осей подводного объекта. Углы Эйлера представляют собой кинематические параметры вращательного движения подводного объекта и связаны с проекциями угловой скорости на связанные оси через кинематическую матрицу вращательного движения:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \psi & 0 \\ 0 & \cos \psi \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\cos \psi \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

или

$$\vec{\Omega} = B_{\omega} \vec{\Omega}_1, \quad (2.3)$$

где  $\phi$  – угол рыскания (курса), радиан;

$\psi$  – угол дифферента, радиан;

$\theta$  – угол крена, радиан;

$B_{\omega}$  – кинематическая матрица вращательного движения;

$\vec{\Omega}_1$  – вектор кинематических параметров вращательного движения подводного объекта, рад/с.

Запись уравнений (2.2) и (2.3) относительно углов Эйлера имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\operatorname{tg} \psi \cos \theta & \operatorname{tg} \psi \sin \theta \\ 0 & \frac{\cos \theta}{\cos \psi} & -\frac{\sin \theta}{\cos \psi} \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}; \quad (2.4)$$

$$\vec{\Omega}_1 = B_{\omega}^{-1} \vec{\Omega}. \quad (2.5)$$

При малых углах Эйлера (менее  $16^\circ$ ) используют приближенные выражения для кинематической связи вращательного движения:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

По отношению к подвижной системе координат вектор скорости может занимать произвольное положение. При этом используют соотношения, связывающие значение вектора скорости с его проекциями через углы (см. рис. 2.1).

Данное соотношение имеет вид:

$$\begin{cases} V_x = V \cos \beta \cos \alpha; \\ V_y = -V \cos \beta \sin \alpha; \\ V_z = V \sin \beta, \end{cases} \quad (2.7)$$

где  $\alpha$  — угол атаки (угол между проекцией вектора скорости на продольную плоскость и связанной осью  $OX$ ), радиан;

$\beta$  — угол дрейфа (угол между вектором скорости и продольной плоскостью подводного объекта), радиан.

Для малых углов атаки и дрейфа уравнения (2.7) упрощаются:

$$\begin{cases} V_x = V; \\ V_y = -V\alpha; \\ V_z = V\beta. \end{cases} \quad (2.8)$$

Кинематическими параметрами текущего положения подводного объекта служат координаты его центра масс в базовой системе координат  $\xi\eta\zeta$ , которые характеризуются вектором скорости подводного объекта в базовой системе координат  $\vec{V}_g$ .

По аналогии с вращательным движением связь между вектором скорости в базовой системе координат и в связанной системе координат выражается через кинематическую матрицу поступательного движения:

$$\vec{V} = B_V \vec{V}_g \Rightarrow \vec{V}_g = B_V^{-1} \vec{V}, \quad (2.9)$$

где  $B_V$  — кинематическая матрица поступательного движения.

С учётом того, что

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} & \dot{\eta} & \dot{\zeta} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} V_{xg} & V_{yg} & V_{zg} \end{bmatrix}^T, \quad (2.10)$$

где  $\xi$  — продольное перемещение подводного объекта, м;

$\eta$  — вертикальное перемещение подводного объекта, м;

$\zeta$  — боковое перемещение подводного объекта, м,

получаем:

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} = B_V^{-1} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Матрица  $B_V^{-1}$  принимает вид:

$$B_V^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \psi & \sin \varphi \sin \theta - \cos \varphi \sin \psi \cos \theta & \cos \varphi \sin \psi \sin \theta + \sin \varphi \cos \theta \\ \sin \psi & \cos \psi \cos \theta & -\cos \psi \sin \theta \\ -\sin \psi \cos \varphi & \sin \varphi \sin \psi \cos \theta + \cos \varphi \sin \theta & \cos \varphi \cos \theta - \sin \varphi \sin \psi \sin \theta \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

При малых углах Эйлера матрица (2.12) принимает вид:

$$B_V^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \varphi \\ \psi & 1 & -\theta \\ -\varphi & \theta & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Используя уравнения (2.11) и (2.13), получаем координату центра масс для движения подводного объекта в вертикальной плоскости:

$$\dot{\eta} = V(\psi - \alpha). \quad (2.14)$$

Окончательная система кинематических соотношений, которые характеризуют движение подводного объекта в вертикальной плоскости при малых значениях углов Эйлера, атаки и дрейфа:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = V(\psi - \alpha); \\ \dot{\psi} = \omega_z. \end{cases} \quad (2.15)$$

## 2.2. Основные силы и моменты, действующие на подводный объект

Силы и моменты, действующие на подводный объект, характеризуют его динамику. Действие всех сил и моментов можно описать через теорему об изменении количества движения и количества момента:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}; \\ \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}, \end{cases} \quad (2.16)$$

где  $\vec{K}$  – главный вектор количества движения, кг·м/с;

$\vec{L}$  – главный вектор момента количества движения, м<sup>2</sup>·кг/с;

$\vec{F}$  – главный вектор внешних сил, Н;

$\vec{M}$  – главный вектор момента внешних сил относительно начала выбранной системы координат, Н·м.

Запись уравнения (2.16) в связанной системе координат принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{K}}{dt} + \vec{\Omega} \times \vec{K} = \vec{F}; \\ \frac{d\vec{L}}{dt} + \vec{\Omega} \times \vec{L} + \vec{V} \times \vec{K} = \vec{M}. \end{cases} \quad (2.17)$$

Перепишем (2.17) в виде проекций сил и моментов на оси связанной системы координат:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dK_x}{dt} + \omega_y K_z - \omega_z K_y = F_x; \\ \frac{dK_y}{dt} + \omega_z K_x - \omega_x K_z = F_y; \\ \frac{dK_z}{dt} + \omega_x K_y - \omega_y K_x = F_z; \\ \frac{dL_x}{dt} + \omega_y L_z - \omega_z L_y + V_y K_z - V_z K_y = M_x; \\ \frac{dL_y}{dt} + \omega_z L_x - \omega_x L_z + V_z K_x - V_x K_z = M_y; \\ \frac{dL_z}{dt} + \omega_x L_y - \omega_y L_x + V_x K_y - V_y K_x = M_z. \end{array} \right. \quad (2.18)$$

Система уравнений (2.18) полностью описывает динамику подводного объекта и является основным уравнением сил и моментов, действующих на данный объект. Рассмотрим силы и моменты, которые действуют на подводный объект.

### 2.3. Силы и моменты инерционной природы

Составляющие, находящиеся в правых частях уравнений (2.18), описывают силы и моменты инерционной природы, которые обусловлены инерцией подводного объекта и окружающей его жидкости.

Проекции главного вектора количества движения и главного вектора момента количества движения могут быть определены через кинетическую энергию движущегося подводного объекта и вовлечённых в движение слоёв жидкости:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_x = \frac{dT}{dV_x}, \quad K_y = \frac{dT}{dV_y}, \quad K_z = \frac{dT}{dV_z}, \\ L_x = \frac{dT}{d\omega_x}, \quad L_y = \frac{dT}{d\omega_y}, \quad L_z = \frac{dT}{d\omega_z}; \end{array} \right. \quad (2.19)$$

$$T = 0,5 \cdot [V_x \ V_y \ V_z \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z] \cdot D \cdot [V_x \ V_y \ V_z \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T, \quad (2.20)$$

где  $D$  – суммарная матрица инерции подводного объекта и вовлечённых в движение слоёв жидкости.

В зависимости от формы объекта матрица инерции может приобретать различный вид. С учётом того, что рассматриваемый подводный объект обладает симметрией относительно продольной оси, матрица инерции будет иметь следующий вид:

$$D = \begin{bmatrix} m + \lambda_{11} & \lambda_{12} & 0 & 0 & mz_g & my_g + \lambda_{16} \\ \lambda_{12} & m + \lambda_{22} & 0 & 0 & 0 & mx_g + \lambda_{26} \\ 0 & 0 & m + \lambda_{33} & -my_g + \lambda_{34} & \lambda_{35} & 0 \\ 0 & 0 & -my_g + \lambda_{34} & J_{xx} + \lambda_{44} & 0 & 0 \\ mz_g & 0 & \lambda_{35} & 0 & J_{yy} + \lambda_{55} & 0 \\ my_g + \lambda_{16} & \lambda_{26} & 0 & 0 & 0 & J_{zz} + \lambda_{66} \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

где  $x_g, y_g, z_g$  – координаты точки приложения равнодействующей всех гидродинамических сил (точка приложения гидродинамической силы инерции), м;

$\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{22}, \lambda_{33}$  – присоединённые массы инерции, кг;

$\lambda_{16}, \lambda_{26}, \lambda_{34}, \lambda_{35}$  – присоединённые статические моменты инерции, кг·м;

$\lambda_{44}, \lambda_{55}, \lambda_{66}$  – присоединённые моменты инерции, кг·м<sup>2</sup>;

$m$  – масса подводного объекта, кг;

$J_{ii}$  – моменты инерции подводного объекта относительно связанных осей (оси связанной системы координат являются главными осями инерции), кг·м<sup>2</sup>.

Проектирование подводного объекта осуществляется таким образом, чтобы точка приложения силы плавучести и точка приложения силы тяжести в уравновешенном состоянии находились на одной оси. Таким образом,  $x_g = z_g = 0$ , при этом координата  $y_g$  определяет метацентрическую высоту подводного объекта  $h$ . Для подводного объекта с достаточно большим водоизмещением переменные  $\lambda_{12}$  и  $\lambda_{16}$  являются относительно малыми величинами, и их не учитывают при расчётах. В виду этого матрицу инерции можно записать в виде:

$$D = \begin{bmatrix} m + \lambda_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & m \cdot h \\ 0 & m + \lambda_{22} & 0 & 0 & 0 & \lambda_{26} \\ 0 & 0 & m + \lambda_{33} & -mh + \lambda_{34} & \lambda_{35} & 0 \\ 0 & 0 & -mh + \lambda_{34} & J_{xx} + \lambda_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{35} & 0 & J_{yy} + \lambda_{55} & 0 \\ m \cdot h & \lambda_{26} & 0 & 0 & 0 & J_{zz} + \lambda_{66} \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

где  $h$  – метацентрическая высота подводного объекта, м.

Решая (2.19) с учётом (2.20), получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_x = \frac{d\Gamma}{dV_x} = (m + \lambda_{11})V_x - m \cdot h \cdot \omega_z; \\ K_y = \frac{d\Gamma}{dV_y} = (m + \lambda_{22})V_y + \lambda_{26}\omega_z; \\ K_z = \frac{d\Gamma}{dV_z} = -(m + \lambda_{33})V_z - (m \cdot h + \lambda_{34})\omega_x - \lambda_{35}\omega_y; \\ L_x = \frac{d\Gamma}{d\omega_x} = (J_{xx} + \lambda_{44})\omega_x - (m \cdot h + \lambda_{34})V_z; \\ L_y = \frac{d\Gamma}{d\omega_y} = (J_{yy} + \lambda_{55})\omega_y + \lambda_{35}V_z; \\ L_z = \frac{d\Gamma}{d\omega_z} = (J_{zz} + \lambda_{66})\omega_z - m \cdot h V_x + \lambda_{26}V_y. \end{array} \right. \quad (2.23)$$

На основании (2.23) уравнения сил и моментов инерциальной природы для движения подводного объекта в вертикальной плоскости имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_y = (m + \lambda_{22})\frac{dV_y}{dt} + \lambda_{26}\frac{d\omega_z}{dt} + (m + \lambda_{11})V_x\omega_z - mh\omega_z^2 - (m + \lambda_{33})V_z\omega_x - \\ - (m \cdot h + \lambda_{34})\omega_x^2 - \lambda_{35}\omega_x\omega_y; \\ M_z = (J_{zz} + \lambda_{66})\frac{d\omega_z}{dt} - m \cdot h \frac{dV_x}{dt} + \lambda_{26}\frac{dV_y}{dt} + (J_{yy} + \lambda_{55} - J_{xx} - \lambda_{44})\omega_x\omega_y + \\ + \lambda_{35}V_z\omega_x - (m \cdot h + \lambda_{34})V_z\omega_y + (\lambda_{22} - \lambda_{11})V_xV_y + \lambda_{26}V_x\omega_z + m \cdot h \cdot V_y\omega_z. \end{array} \right. \quad (2.24)$$

Составляющая  $(\lambda_{22} - \lambda_{11})V_xV_y$  исключается из уравнения инерционного момента вследствие того, что она учитывается в других силах.

С учётом того, что рассматривается движение подводного объекта только в вертикальной плоскости при  $V_z = \theta = \omega_x = \omega_y = 0$  и  $\varphi = \text{const}$ ,  $V_x = \text{const}$ , итоговая система уравнений для сил и моментов инерциальной природы принимает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_y = (m + \lambda_{22})\frac{dV_y}{dt} + \lambda_{26}\frac{d\omega_z}{dt} + (m + \lambda_{11})V_x\omega_z - m \cdot h \cdot \omega_z^2; \\ M_z = (J_{zz} + \lambda_{66})\frac{d\omega_z}{dt} + \lambda_{26}\frac{dV_y}{dt} + \lambda_{26}V_x\omega_z + m \cdot h \cdot V_y\omega_z. \end{array} \right. \quad (2.25)$$

## 2.4. Гидродинамические силы и моменты

Данные силы определяются взаимодействием корпуса подводного объекта с жидкостью, обусловленные её вязкостью (инерционность жидкости учтена в инерционных силах подводного объекта).

Гидродинамические силы и моменты, возникающие при движении подводного объекта, в общем случае являются нелинейными функциями кинематических параметров  $\alpha, \beta, \omega$  и углов перекадки рулей  $\delta$ :

$$\begin{cases} F_x^\Gamma = \frac{\rho W^{2/3}}{2} c_x(\alpha, \beta, \Omega, \delta) V^2; \\ F_y^\Gamma = \frac{\rho W^{2/3}}{2} c_y(\alpha, \beta, \Omega, \delta) V^2; \\ F_z^\Gamma = \frac{\rho W^{2/3}}{2} c_z(\alpha, \beta, \Omega, \delta) V^2; \end{cases} \quad \begin{cases} M_x^\Gamma = \frac{\rho W}{2} m_x(\alpha, \beta, \Omega, \delta) V^2; \\ M_y^\Gamma = \frac{\rho W}{2} m_y(\alpha, \beta, \Omega, \delta) V^2; \\ M_z^\Gamma = \frac{\rho W}{2} m_z(\alpha, \beta, \Omega, \delta) V^2, \end{cases} \quad (2.26)$$

где  $V$  — полный вектор скорости хода подводного объекта, м/с;

$W$  — водоизмещение подводного объекта, кг;

$\rho$  — плотность воды, в которой движется подводный объект, кг/м<sup>3</sup>;

$\delta$  — углы перекадки рулей подводного судна, радиан;

$c_i, m_i$  — коэффициенты гидродинамических сил и моментов.

Ниже приведён пример представления безразмерных характеристик гидродинамических сил и моментов:

$$\begin{aligned} c_y = & c_{y_0} + c_{y_1} V_y \bar{V}_y + c_{y_1} V_y^2 \bar{V}_y^2 + c_{y_1} |V_y| \bar{V}_y | \bar{V}_y | + c_{y_1} V_z^2 \bar{V}_z^2 + c_{y_1} V_z^2 |V_z| \bar{V}_z^2 | \bar{V}_z | + c_{y_1} V_y V_z \omega_y \bar{V}_y \bar{V}_z \bar{\omega}_y + \\ & + c_{y_1} \omega_y^2 \bar{\omega}_y^2 + c_{y_1} V_y \omega_y^2 \bar{V}_y \bar{\omega}_y^2 + c_{y_1} \omega_z \bar{\omega}_z + c_{y_1} V_y \omega_z \bar{V}_y \bar{\omega}_z + c_{y_1} |V_y| \omega_z \bar{V}_y | \bar{V}_y | \bar{\omega}_z + c_{y_1} V_y^2 \omega_z \bar{V}_y^2 \bar{\omega}_z, \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} m_y = & m_{y_0} + m_{y_1} V_y \bar{V}_y + m_{y_1} V_y^2 \bar{V}_y^2 + m_{y_1} |V_y| \bar{V}_y | \bar{V}_y | + m_{y_1} V_z^2 \bar{V}_z^2 + m_{y_1} V_z^2 |V_z| \bar{V}_z^2 | \bar{V}_z | + m_{y_1} V_y V_z \omega_y \bar{V}_y \bar{V}_z \bar{\omega}_y + \\ & + m_{y_1} \omega_y^2 \bar{\omega}_y^2 + m_{y_1} V_y \omega_y^2 \bar{V}_y \bar{\omega}_y^2 + m_{y_1} \omega_z \bar{\omega}_z + m_{y_1} V_y \omega_z \bar{V}_y \bar{\omega}_z + m_{y_1} |V_y| \omega_z \bar{V}_y | \bar{V}_y | \bar{\omega}_z + m_{y_1} V_y^2 \omega_z \bar{V}_y^2 \bar{\omega}_z, \end{aligned} \quad (2.28)$$

где  $\bar{V}_i = V_i / V$  — безразмерная относительная проекция скорости;

$\bar{\omega}_i = \omega_i W^{1/3} / V$  — безразмерная относительная проекция угловой скорости.

Уравнение (2.26) для движения подводного объекта в вертикальной плоскости принимает вид:

$$\begin{cases} F_y^\Gamma = \frac{\rho W^{2/3}}{2} c_y(\alpha, \beta, \Omega, \delta) V^2; \\ M_z^\Gamma = \frac{\rho W}{2} m_z(\alpha, \beta, \Omega, \delta) V^2. \end{cases} \quad (2.29)$$

## 2.5. Массовые силы и моменты

К массовым силам, действующим на подводный объект, относятся силы веса и плавучести.

Будучи приложенной к центру масс (началу связанной координатной системы), сила веса  $P$  не создаёт никаких моментов, но в зависимости от пространственного расположения подводного объекта раскладывается на проекции:

$$\begin{cases} P_x = -P \sin \psi; \\ P_y = -P \cos \psi; \\ P_z = P \cos \psi, \end{cases} \quad (2.30)$$

где  $P_x, P_y, P_z$  – проекции силы веса на связанные оси, Н.

Как указывалось ранее, точка приложения силы плавучести и силы веса не совпадают. В результате чего сила плавучести в зависимости от пространственного расположения подводного объекта раскладывается на проекции и дополнительно создаёт кренящий и дифференцирующий моменты, а также момент рыскания.

Проекция силы плавучести  $A$  имеют вид:

$$\begin{cases} A_x = A \sin \psi; \\ A_y = A \cos \psi; \\ A_z = -A \cos \psi, \end{cases} \quad (2.31)$$

где  $A_x, A_y, A_z$  – проекции силы плавучести на связанные оси, Н.

Суммарное воздействие сил веса и плавучести определяется:

$$\begin{cases} F_x^{AP} = (A - P) \sin \psi; \\ F_y^{AP} = (A - P) \cos \psi; \\ F_z^{AP} = -(A - P) \cos \psi, \end{cases} \quad (2.32)$$

где  $F_x^{AP}, F_y^{AP}, F_z^{AP}$  – проекции суммарных воздействий сил веса и плавучести на связанные оси, Н.

Кренящий момент, момент рыскания и дифференцирующий момент, создаваемые силой плавучести:

$$\begin{cases} M_x^A = -A \cdot h \cdot \cos \psi; \\ M_y^A = 0; \\ M_z^A = -A \cdot h \cdot \sin \psi, \end{cases} \quad (2.33)$$

где  $M_x^A, M_y^A, M_z^A$  – проекции моментов, создаваемые силой плавучести, на связанные оси, Н·м.

Для вертикального движения подводного объекта рассматриваются следующие уравнения:

$$\begin{cases} F_y^{AP} = (A - P) \cos \psi; \\ M_z^A = -A \cdot h \cdot \sin \psi. \end{cases} \quad (2.34)$$

## 2.6. Силы и моменты средств управления

К средствам управления подводного объекта относятся горизонтальные и вертикальные рули для изменения направления движения подводного объекта, а также гребной винт, обеспечивающий поступательное движение подводного объекта.

### 2.6.1. Силы и моменты от горизонтальных рулей

Для управления движением подводного объекта в вертикальной плоскости используются кормовые горизонтальные рули (КГР) и носовые горизонтальные рули (НГР). Действие руля основано на том, что при его повороте из нейтрального положения на поверхности руля возникает гидродинамическая сила, которая создаёт поворотный момент. Данные силы и моменты носят нелинейный характер. При этом возможно представление гидродинамических характеристик рулей в виде прямолинейных участков с различными углами наклона.

Проекции сил и моментов для КГР:

$$\begin{cases} F_y^{\text{КГР}} = \frac{\rho W^{2/3}}{2} c_y^{\text{КГР}} V^2; \\ M_z^{\text{КГР}} = \frac{\rho W}{2} m_z^{\text{КГР}} V^2. \end{cases} \quad (2.35)$$

Проекции сил и моментов для НГР:

$$\begin{cases} F_y^{\text{НГР}} = \frac{\rho W^{2/3}}{2} c_y^{\text{НГР}} V^2; \\ M_z^{\text{НГР}} = \frac{\rho W}{2} m_z^{\text{НГР}} V^2, \end{cases} \quad (2.36)$$

где  $c_i, m_i$  – безразмерные характеристики (гидродинамические коэффициенты) гидродинамических сил и моментов, возникающих на рулях.

Гидродинамические коэффициенты  $c_i, m_i$  представляются формулами:

$$\begin{cases} c_y^{\text{КГР}} = c_y^{\delta_{\text{КГР}}} (\delta_{\text{КГР}}^{\text{лп}} + \delta_{\text{КГР}}^{\text{пп}}) + c_y^{\delta_{\text{КГР}}} |\delta_{\text{КГР}}^{\delta_{\text{КГР}}}| (\delta_{\text{КГР}}^{\text{лп}} |\delta_{\text{КГР}}^{\text{лп}}| + \delta_{\text{КГР}}^{\text{пп}} |\delta_{\text{КГР}}^{\text{пп}}|); \\ m_z^{\text{КГР}} = m_z^{\delta_{\text{КГР}}} (\delta_{\text{КГР}}^{\text{лп}} + \delta_{\text{КГР}}^{\text{пп}}) + m_z^{\delta_{\text{КГР}}} |\delta_{\text{КГР}}^{\delta_{\text{КГР}}}| (\delta_{\text{КГР}}^{\text{лп}} |\delta_{\text{КГР}}^{\text{лп}}| + \delta_{\text{КГР}}^{\text{пп}} |\delta_{\text{КГР}}^{\text{пп}}|); \end{cases} \quad (2.37)$$

$$\begin{cases} c_y^{\text{НГР}} = c_y^{\delta_{\text{НГР}}} (\delta_{\text{НГР}}^{\text{ЛП}} + \delta_{\text{НГР}}^{\text{ПП}}) + c_y^{\delta_{\text{НГР}}|\delta_{\text{НГР}}|} (\delta_{\text{НГР}}^{\text{ЛП}} |\delta_{\text{НГР}}^{\text{ЛП}}| + \delta_{\text{НГР}}^{\text{ПП}} |\delta_{\text{НГР}}^{\text{ПП}}|); \\ m_z^{\text{НГР}} = m_z^{\delta_{\text{НГР}}} (\delta_{\text{НГР}}^{\text{ЛП}} + \delta_{\text{НГР}}^{\text{ПП}}) + m_z^{\delta_{\text{НГР}}|\delta_{\text{НГР}}|} (\delta_{\text{НГР}}^{\text{ЛП}} |\delta_{\text{НГР}}^{\text{ЛП}}| + \delta_{\text{НГР}}^{\text{ПП}} |\delta_{\text{НГР}}^{\text{ПП}}|), \end{cases} \quad (2.38)$$

где  $\delta_{\text{НГР}}^{\text{ЛП}}$  – угол перекидки левого пера (ЛП) НГР, радиан;  
 $\delta_{\text{НГР}}^{\text{ПП}}$  – угол перекидки правого пера (ПП) НГР, радиан;  
 $\delta_{\text{КГР}}^{\text{ЛП}}$  – угол перекидки левого пера (ЛП) КГР, радиан;  
 $\delta_{\text{КГР}}^{\text{ПП}}$  – угол перекидки правого пера (ПП) КГР, радиан.

### 2.6.2. Силы и моменты от винта

При проектировании подводного объекта достигается параллельность силы тяги от гребного винта продольной оси подводного объекта. Вследствие этого полный вектор силы от гребного винта равен его продольной проекции и не участвует в уравнениях вертикального движения подводного объекта. Одновременно при отстоянии линии вала гребного винта от продольной оси нормальная сила, создаваемая на винте, будет создать дифферентующий момент, определяемый по формуле

$$M_z^{\text{ГВ}} = F_y^{\text{ГВ}} L_{\text{ГВОХ}}, \quad (2.39)$$

где  $M_z^{\text{ГВ}}$  – дифферентующий момент, создаваемый на винте, Н·м;  
 $F_y^{\text{ГВ}}$  – нормальная сила, создаваемая на винте, Н;  
 $L_{\text{ГВОХ}}$  – расстояние от центра винта до центра тяжести подводного объекта, м.  
Нормальная сила рассчитывается по формуле

$$F_y^{\text{ГВ}} = k_{\text{Н}}^{\text{ГВ}} \rho n^2 D_{\text{ГВ}}^4, \quad (2.40)$$

где  $k_{\text{Н}}^{\text{ГВ}}$  – безразмерный коэффициент нормальной силы;  
 $n$  – число оборотов винта;  
 $D_{\text{ГВ}}$  – диаметр гребного винта, м.

### 2.7. Математические модели (полная и линейная) движения подводного объекта в вертикальной плоскости

Для получения полной модели подставим в систему уравнений (2.18), полученные уравнения для всех составляющих сил и моментов, действующих на подводный объект при его движении. Из полученной системы уравнений выберем два уравнения, которые описывают движение в вертикальной плоскости. Движение подводного объекта осуществляется с постоянной продольной скоростью хода  $V = V_x$ . В результате получаем систему из двух уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned}
& \frac{\rho W^{2/3}}{2} c_y V^2 + \frac{\rho W^{2/3}}{2} (c_y^{\text{КРП}} + c_y^{\text{НРП}}) V^2 + (A - P) \cos \psi = \\
& = (m + \lambda_{22}) \frac{dV_y}{dt} + \lambda_{26} \frac{d\omega_z}{dt} + (m + \lambda_{11}) V_x \omega_z - m \cdot h \cdot \omega_z^2; \\
& \frac{\rho W}{2} m_z V^2 + \frac{\rho W}{2} (m_z^{\text{КРП}} + m_z^{\text{НРП}}) V^2 - A \cdot h \cdot \sin \psi + M_z^{\text{ГБ}} = \\
& = (J_{zz} + \lambda_{66}) \frac{d\omega_z}{dt} + \lambda_{26} \frac{dV_y}{dt} + \lambda_{26} V_x \omega_z + m \cdot h \cdot V_y \omega_z.
\end{aligned} \right. \quad (2.41)$$

В дальнейшем примем, что рассматриваемый подводный объект всегда у дифферентован и линия вала гребного винта совпадает с продольной осью подводного объекта. Нормализуем полученную систему:

$$\left\{ \begin{aligned}
& (m + \lambda_{22}) \frac{dV_y}{dt} + \lambda_{26} \frac{d\omega_z}{dt} = -(m + \lambda_{11}) V_x \omega_z + m \cdot h \cdot \omega_z^2 + \\
& + \frac{\rho W^{2/3}}{2} c_y V^2 + \frac{\rho W^{2/3}}{2} (c_y^{\text{КРП}} + c_y^{\text{НРП}}) V^2; \\
& (J_{zz} + \lambda_{66}) \frac{d\omega_z}{dt} + \lambda_{26} \frac{dV_y}{dt} = -\lambda_{26} V_x \omega_z - m \cdot h \cdot V_y \omega_z + \\
& + \frac{\rho W}{2} m_z V^2 + \frac{\rho W}{2} (m_z^{\text{КРП}} + m_z^{\text{НРП}}) V^2 - A \cdot h \cdot \sin \psi.
\end{aligned} \right. \quad (2.42)$$

Для решения данной системы уравнений дополним её кинематическими уравнениями движения подводного объекта (2.15), представленными без учёта ограничений:

$$\left\{ \begin{aligned}
& (m + \lambda_{22}) \frac{dV_y}{dt} + \lambda_{26} \frac{d\omega_z}{dt} = -(m + \lambda_{11}) V_x \omega_z + m \cdot h \cdot \omega_z^2 + \\
& + \frac{\rho W^{2/3}}{2} c_y V^2 + \frac{\rho W^{2/3}}{2} (c_y^{\text{КРП}} + c_y^{\text{НРП}}) V^2; \\
& (J_{zz} + \lambda_{66}) \frac{d\omega_z}{dt} + \lambda_{26} \frac{dV_y}{dt} = -\lambda_{26} V_x \omega_z - m \cdot h \cdot V_y \omega_z + \\
& + \frac{\rho W}{2} m_z V^2 + \frac{\rho W}{2} (m_z^{\text{КРП}} + m_z^{\text{НРП}}) V^2 - A \cdot h \cdot \sin \psi; \\
& \frac{d\eta}{dt} = V_x \sin \psi + V_y \cos \psi; \\
& \frac{d\psi}{dt} = \omega_z.
\end{aligned} \right. \quad (2.43)$$

Система уравнений (2.43) является полной математической моделью движения подводного объекта в вертикальной плоскости. Такая модель используется

для исследования режимов глубокого маневрирования подводного объекта с большими углами Эйлера. Для режимов малого маневрирования (углы Эйлера менее  $16^\circ$ ) и режимов стабилизации можно использовать упрощённые линейные модели.

Введём понятие балансировочного режима.

Балансировочный режим – стационарный режим движения подводного объекта, характеризующийся постоянством переменных состояния, управляющих воздействий и внешних возмущений.

Произведём линеаризацию системы (2.43) с учётом следующего:

- а)  $V_{x0} = V, V_{y0} = -V_{x0}\alpha_0, \psi_0 = \alpha_0, \omega_{z0} = 0;$
- б)  $V_{z0} = \theta_0 = \varphi_0 = \omega_{x0} = \omega_{y0} = 0;$
- в) значения возможных возникающих дифферентов не превышают  $16^\circ;$
- г)  $V_z = \theta = \omega_x = \omega_y = 0, \varphi = \text{const}, V_x = \text{const}.$

В итоге линеаризации получим следующую систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} (m + \lambda_{22}) \frac{d\alpha}{dt} = -\frac{\rho W^{2/3}}{2} c_y^\alpha V_x \alpha - \left( \frac{\rho W}{2} c_y^{\omega_z} - (m + \lambda_{11}) \right) \omega_z - \\ - \frac{\rho W^{2/3}}{2} c_y^{\delta_{\text{кгр}}} V_x \delta_{\text{кгр}} - \frac{\rho W^{2/3}}{2} c_y^{\delta_{\text{нгр}}} V_x \delta_{\text{нгр}}; \\ (J_{zz} + \lambda_{66}) \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{\rho W}{2} m_z^\alpha V_x^2 \alpha + \left( \frac{\rho W^{4/3}}{2} m_z^{\omega_z} - \lambda_{26} \right) \omega_z - \rho W g h \psi + \\ + \frac{\rho W}{2} m_z^{\delta_{\text{кгр}}} V_x^2 \delta_{\text{кгр}} + \frac{\rho W}{2} m_z^{\delta_{\text{нгр}}} V_x^2 \delta_{\text{нгр}}; \\ \frac{d\eta}{dt} = -V_x \alpha + V_x \psi; \\ \frac{d\psi}{dt} = \omega_z. \end{array} \right. \quad (2.44)$$

Система (2.44) представляет собой линейную модель движения подводного объекта в вертикальной плоскости.

Запишем полученную систему в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\eta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & a_{24} \\ a_{31} & 0 & 0 & a_{34} \\ 0 & a_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega_z \\ \eta \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\text{кгр}} \\ \delta_{\text{нгр}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{11} & 0 \\ 0 & f_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_f \\ M_f \end{bmatrix}, \quad (2.45)$$

где  $a_{ij}$  – коэффициенты матрицы состояния объекта;

$b_{ij}$  – коэффициенты матрицы управления;

$f_{ij}$  – коэффициенты матрицы возмущения;

$F_f$  – возмущающая сила, Н;  
 $M_f$  – возмущающий момент, Н·м.

Выделим из постоянных коэффициентов значение продольной скорости хода подводного объекта:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\eta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^1 V_x & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21}^1 V_x^2 & a_{22}^1 V_x & 0 & a_{24} \\ -V_x & 0 & 0 & V_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega_z \\ \eta \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}^1 V_x & b_{12}^1 V_x \\ b_{21}^1 V_x^2 & b_{22}^1 V_x^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\text{КГР}} \\ \delta_{\text{НГР}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{11}^1 / V_x & 0 \\ 0 & f_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_f \\ M_f \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

Из уравнения (2.46) видно, что для каждой скорости хода подводного объекта будет существовать свой установившийся режим.

По полученной линейной модели подводного объекта движения подводного объекта в вертикальной плоскости (2.45) построим структурную схему данной модели (рис. 2.2).

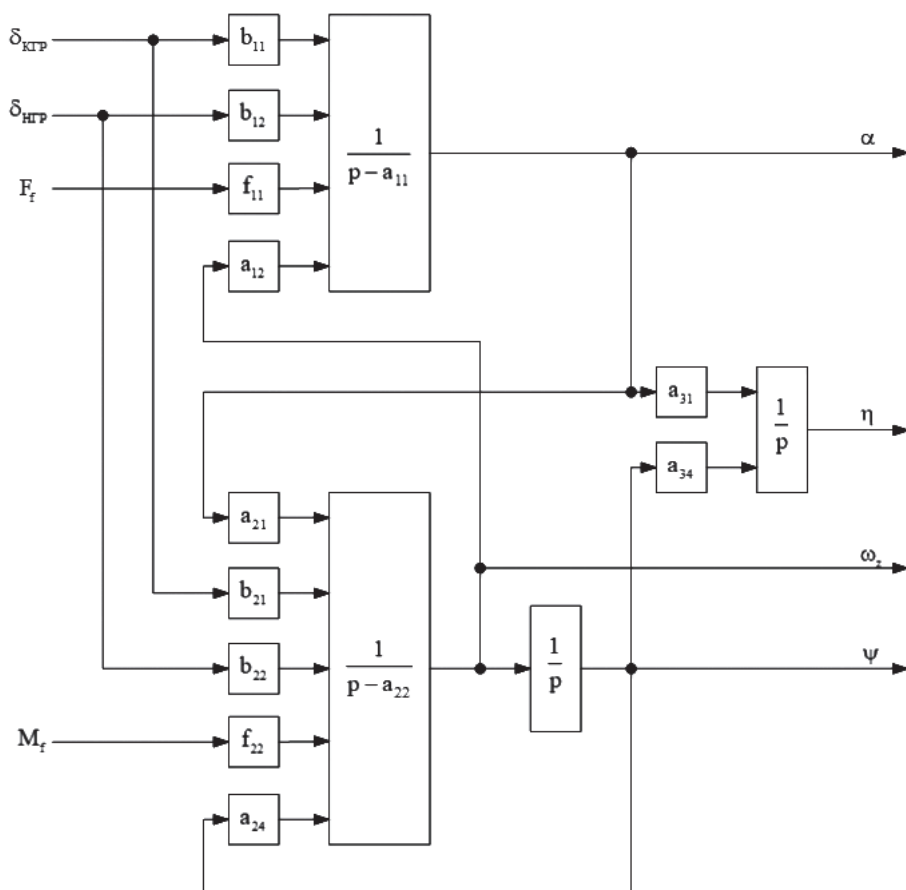


Рис. 2.2. Структурная схема линейной модели подводного объекта для его движения в вертикальной плоскости

## 2.8. Аналитический расчёт параметров установившегося движения подводного объекта

Используя линейную модель (2.45), проведём расчёты некоторых характерных режимов подводного объекта.

Запишем линейную модель (2.45) для скорости хода подводного объекта 10 уз, используя параметры подводного объекта, указанные в Приложении А.

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\eta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,03222 & 0,2677 & 0 & 0 \\ 0,004858 & -0,1312 & 0 & -0,001059 \\ -5,144 & 0 & 0 & 5,144 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega_z \\ \eta \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,005358 & -0,003804 \\ -0,0019 & 0,0009573 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\text{КГР}} \\ \delta_{\text{НГР}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_f \\ M_f \end{bmatrix}. \quad (2.47)$$

## 2.9. Определение угла атаки и дифферента подводного объекта при заданном угле перекадки КГР

Запишем уравнение (2.47) для движения подводного объекта при управлении одними КГР при движении с постоянной скоростью хода. Рассматривается установившийся процесс. Управление глубиной не осуществляется, оценивается только реакция дифферента на перекадку КГР:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,03222 & 0,2677 & 0 \\ 0,004858 & -0,1312 & -0,001059 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega_z \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,005358 \\ -0,0019 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_{\text{КГР}}. \quad (2.48)$$

В установившемся режиме  $\dot{\alpha} = \dot{\psi} = \dot{\omega}_z = \omega_z = 0$ :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,03222 & 0 & 0 \\ 0,004858 & 0 & -0,001059 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,005358 \\ -0,0019 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_{\text{КГР}}. \quad (2.49)$$

Преобразуем к виду

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0,03222 & 0 \\ 0,004858 & -0,001059 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,005358 \\ -0,0019 \end{bmatrix} \delta_{\text{кгр}}; \\
 \begin{bmatrix} \alpha \\ \psi \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} -0,03222 & 0 \\ 0,004858 & -0,001059 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0,005358 \\ -0,0019 \end{bmatrix} \delta_{\text{кгр}}; \\
 \begin{bmatrix} \alpha \\ \psi \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} -31,04 & 0 \\ -142,38 & -944,29 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0,005358 \\ -0,0019 \end{bmatrix} \delta_{\text{кгр}}; \\
 \begin{bmatrix} \alpha \\ \psi \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} 0,1663 \\ 2,5570 \end{bmatrix} \delta_{\text{кгр}}.
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

Запишем в виде системы:

$$\begin{aligned}
 \alpha &= -0,1663 \delta_{\text{кгр}}; \\
 \psi &= -2,5570 \delta_{\text{кгр}}.
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

Соответственно при угле перекладки  $\delta_{\text{кгр}}$ , равном  $10^\circ$  на погружение:

$$\begin{cases} \alpha = -1,663^\circ; \\ \psi = -25,57^\circ. \end{cases} \tag{2.52}$$

## 2.10. Определение балансировочных угла атаки и углов перекладки КГР при горизонтальном движении подводного объекта

Данный режим характеризуется движением с постоянной скоростью и равенством  $\alpha = \psi$ , при этом КГР перекадываются на балансировочный угол.

Балансировка достигается на скоростях хода от 4 до 6 уз. При этом необходимо учитывать нулевые составляющие в гидродинамических характеристиках  $c_y^0$  и  $m_z^0$  (значения данных переменных приведены в Приложении А). Влияние нулевых коэффициентов гидродинамических характеристик в уравнениях (2.46) запишем в виде возмущений по силе и моменту. Тогда система уравнений (2.46) для скорости хода заказа 4 уз примет вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega}_z \\ \dot{\eta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,01289 & 0,2677 & 0 & 0 \\ 0,0007772 & -0,05249 & 0 & -0,001059 \\ -2,058 & 0 & 0 & 2,058 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega_z \\ \eta \\ \psi \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} -0,002143 & -0,001522 \\ -0,000304 & 0,0001532 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{\text{кгр}} \\ \delta_{\text{нгр}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1,54 \cdot 10^{-8} & 0 \\ 0 & 3,39 \cdot 10^{-11} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.53)$$

Балансировочный режим является установившимся, поэтому  $\dot{\alpha} = \dot{\psi} = \dot{\omega}_z = \dot{\omega}_z = 0$ . С учетом этого перепишем систему (2.53) к виду:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,01289 & 0 \\ 0,0007772 & -0,001059 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,002143 \\ -0,000304 \end{bmatrix} \delta_{\text{кгр}} + \begin{bmatrix} -1,54 \cdot 10^{-8} \\ 3,39 \cdot 10^{-11} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1,54 \cdot 10^{-8} \\ -3,39 \cdot 10^{-11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,01289 & -0,002143 \\ -0,0002818 & -0,000304 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \delta_{\text{кгр}} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \delta_{\text{кгр}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,01289 & -0,002143 \\ -0,0002818 & -0,000304 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1,54 \cdot 10^{-8} \\ -3,39 \cdot 10^{-11} \end{bmatrix}$$

Запишем в виде системы:

$$\begin{cases} \alpha = 0,0107; \\ \delta_{\text{кгр}} = -0,04. \end{cases} \quad (2.55)$$

Переводя из радиан в градусы:

$$\begin{cases} \alpha = 0,611^\circ; \\ \delta_{\text{кгр}} = -2,29^\circ. \end{cases} \quad (2.56)$$

### 3. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО ОБЪЕКТА В ПО КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Данный раздел посвящён построению и моделированию аналитических расчётов математической модели движения подводного объекта в ПО «SimInTech».

#### 3.1. Создание математической модели движения подводного объекта

Создадим новый проект в ПО «SimInTech» и построим математическую модель движения подводного объекта, используя структурную схему линейной модели подводного объекта (см. рис. 2.2) и уравнение (2.45).

*Примечания:*

1. Описание создания проекта в ПО «SimInTech», описание интерфейса пользователя, принципа построения вычислительных блоков и хранения промежуточных данных (сиг-

налы, база данных и пр.), построение графиков и т.п. приведено в справочной системе ПО «SimInTech» (после запуска программы нажать F1 или в меню «Справка» → «Содержание»). При первом знакомстве с ПО «SimInTech» настоятельно рекомендуется подробно изучить «Пошаговое руководство по созданию комплексной модели» (в справочной системе «Начало работы», рис. 3.1).

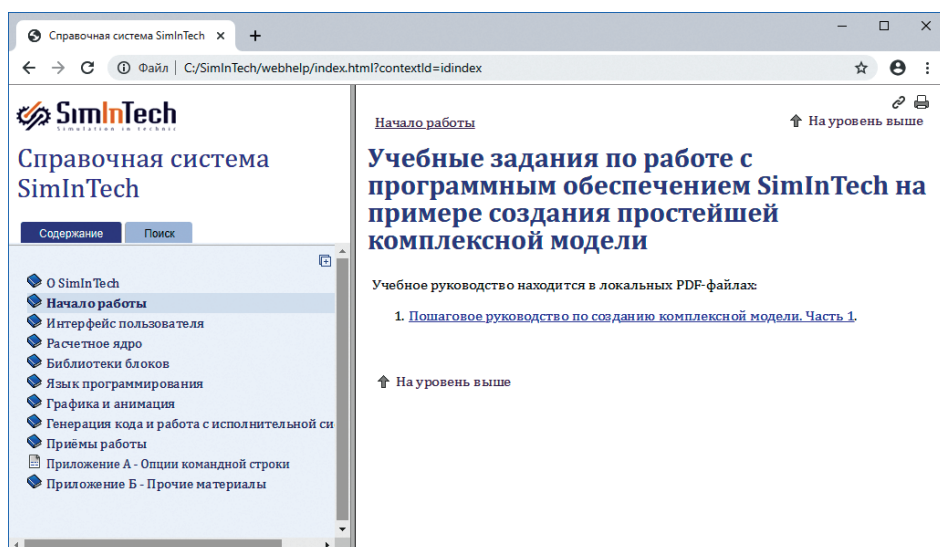


Рис. 3.1. Вызов окна справки ПО «SimInTech». Раздел «Начало работы»

2. В окне справки также можно воспользоваться поиском для нахождения информации по интересующим механизмам работы программы, математическим блокам и др. (рис. 3.2).

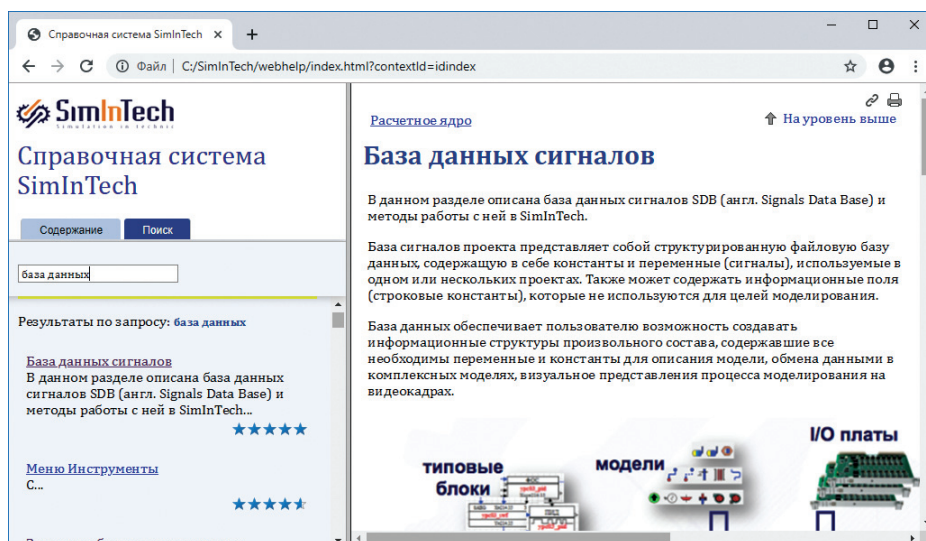


Рис. 3.2. Вызов окна справки ПО «SimInTech». Раздел «Начало работы»

Структура полученной математической модели движения подводного объекта в ПО «SimInTech» представлена на рис. 3.3.

Для наглядности изобразим члены уравнения (2.45) (рис. 3.4).

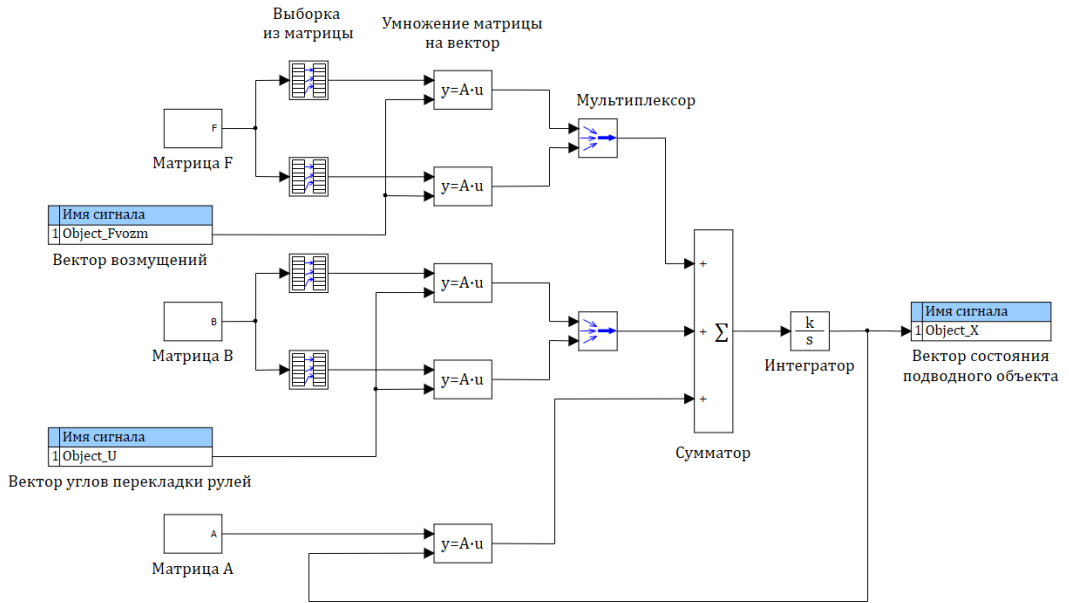


Рис. 3.3. Математическая модель движения подводного объекта в ПО «SimInTech»

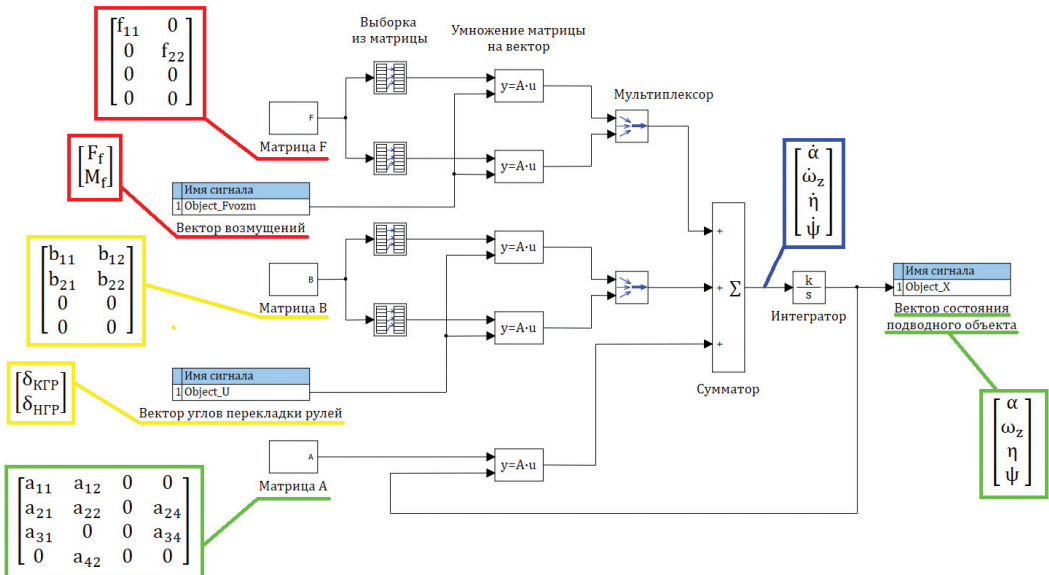


Рис. 3.4. Математическая модель движения подводного объекта в ПО «SimInTech»

Матрицы  $A$ ,  $B$  и  $F$  представлены на данной структуре в виде субмоделей (т.е. включают в себя вложенную структуру, библиотека «Субструктуры» → блок «Суб-модель»), в которых по уравнениям (2.44), (2.45) вычисляются коэффициенты  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$ ,  $f_{ij}$  и далее собираются в строки-столбцы соответствующих им матриц. Субмодели матриц  $A$ ,  $B$  и  $F$  представлены в Приложении Б на рис. Б.1, Б.2 и Б.3 соответственно. Значения параметров, которые участвуют в расчёте матриц  $A$ ,  $B$  и  $F$ , задаются и поступают из базы данных (БД) сигналов.

*Примечание.* Полный перечень сигналов БД математической модели представлен в Приложении В.

Входы математической модели – вектор возмущений  $f$  и вектор углов переключки рулей  $u$  поступают из БД сигналов.

Выход математической модели – вектор состояния подводного объекта  $x$  записывается в БД сигналов.

Начальное состояние модели задаётся в свойстве «Начальные условия» блока «Интегратор» в виде вектора (рис. 3.5), значения элементов которого задаются в БД сигналов группы «InitConditions» (рис. 3.6).

Для удобства задания возмущений и углов переключки рулей, а также вывода результатов моделирования на графики вынесем представленную на рис. 3.3 математическую модель движения подводного объекта в отдельную субмодель, на вход которой будут поступать вектор углов переключки рулей и вектор возмущений, а выход – поступать на блок вывода данных «Временной график». Перечисленные выше векторы и блок вывода также поместим в отдельные субмодели.

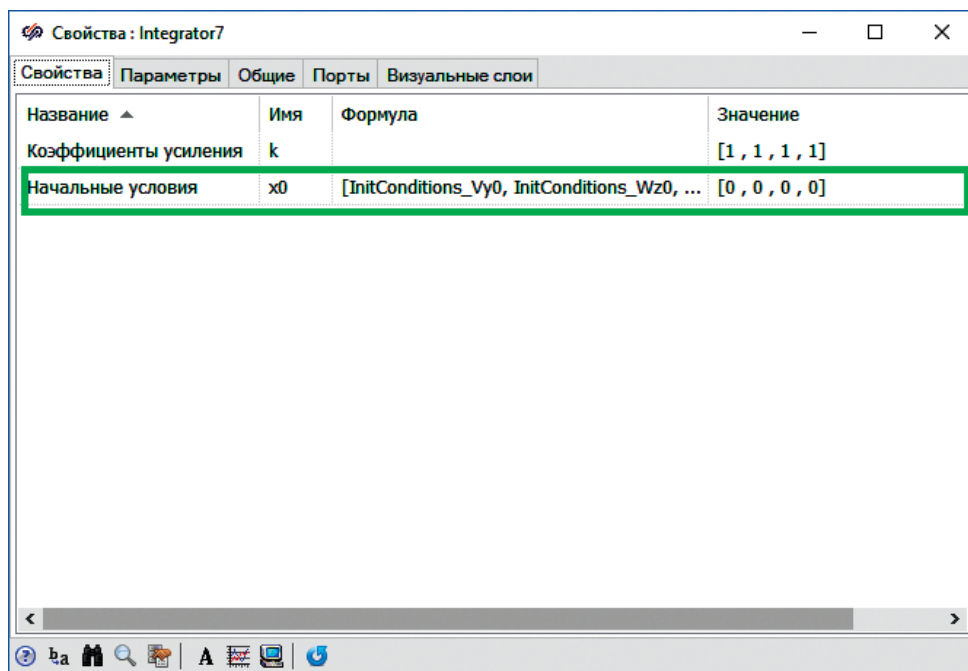


Рис. 3.5. Окно свойств блока «Интегратор»

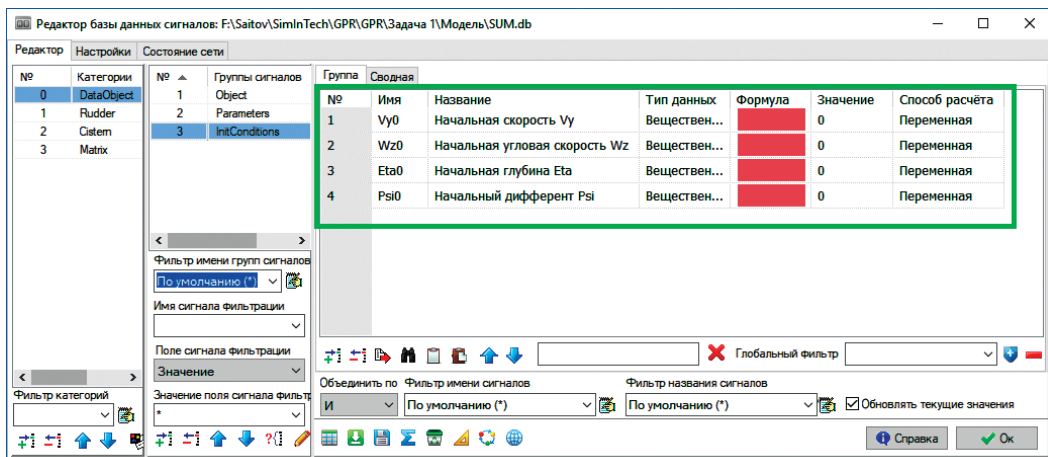


Рис. 3.6. Окно редактора БД сигналов

*Примечание.* Использование субмоделей при построении математических моделей позволяет наглядно представлять структуру всей модели, что удобно при отладке ошибок. Также, в случае необходимости, это даёт возможность изменять (дорабатывать) отдельные части математической модели (в рамках данной субмодели), не нарушая другие логические ветки модели.

Таким образом, структурная схема математической модели движения подводного объекта в ПО «SimInTech» будет иметь следующий вид (рис. 3.7).

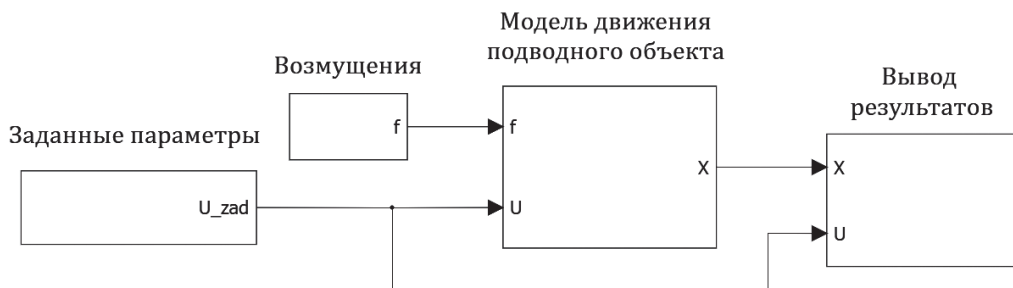


Рис. 3.7. Структура математической модели движения подводного объекта

В субмодели «Заданные параметры» задаются скорость хода подводного объекта и углы перекладки рулей (рис. 3.8).

В данной субмодели заданная скорость хода переводится из узлов (уз) в метры в секунду (м/с) и далее поступает в БД сигналов. Заданные углы перекладки рулей переводятся из углов в радианы, объединяются в вектор  $U\_zad$  мультиплексором и поступают на выход субмодели. Также здесь задаётся выдвинутое/убранное положение НГР путём изменения двоичной переменной в БД сигналов, которая в свою очередь меняет параметры подводного объекта в самой модели движения подводного объекта.

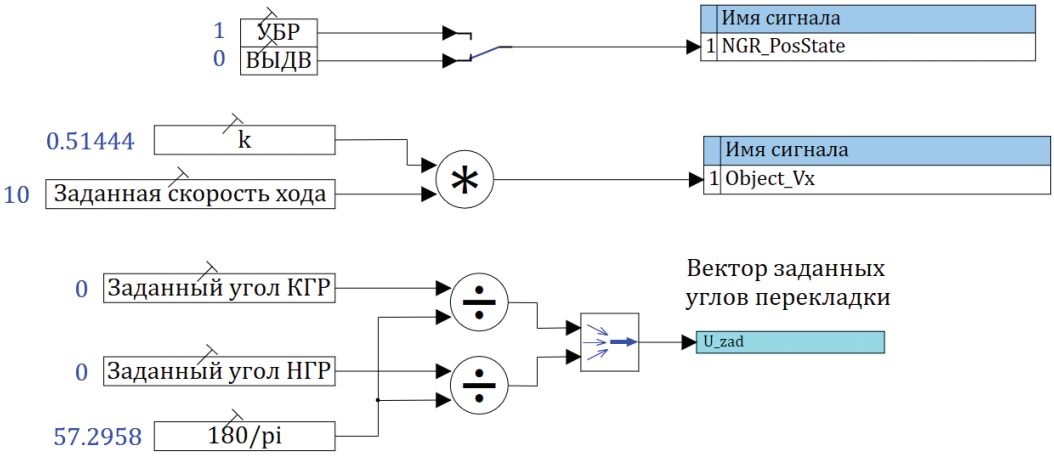


Рис. 3.8. Схема субмодели «Заданные параметры»

В субмодели «Возмущения» два значения – возмущение по силе плавучести  $F$  и моменту  $M$  – объединяются мультиплексором в вектор  $f$ , который поступает на выход субмодели (рис. 3.9).

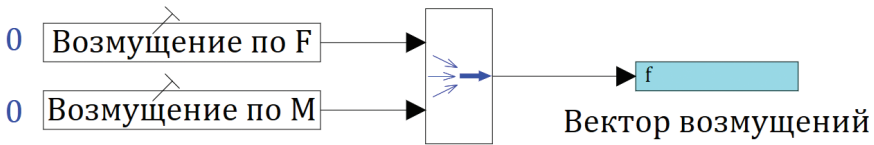


Рис. 3.9. Схема субмодели «Возмущения»

В субмодели «Вывод результатов» осуществляется перевод поступающих значений переменных из радиан в углы и их запись на графики (рис. 3.10).

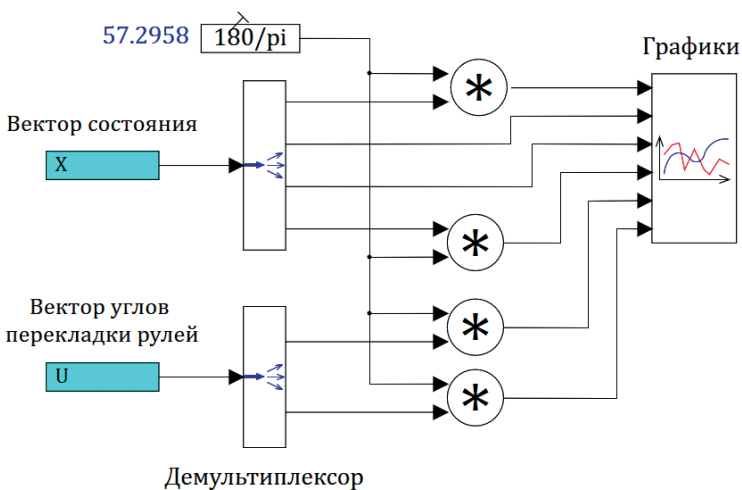


Рис. 3.10. Схема субмодели «Вывод результатов»

*Примечание.* Настройка отображения графиков осуществляется путём нажатия правой кнопкой мыши по графику и выбора в появившемся выпадающем списке «Свойства».

Перед запуском модели на исполнение необходимо выставить параметры расчёта (в строке меню «Расчёт» → «Параметры расчёта», рис. 3.11). Подробнее о параметрах расчёта можно узнать в справочной системе «SimInTech» в разделе «Расчётное ядро» → «Диалоговое окно «Параметры расчёта».

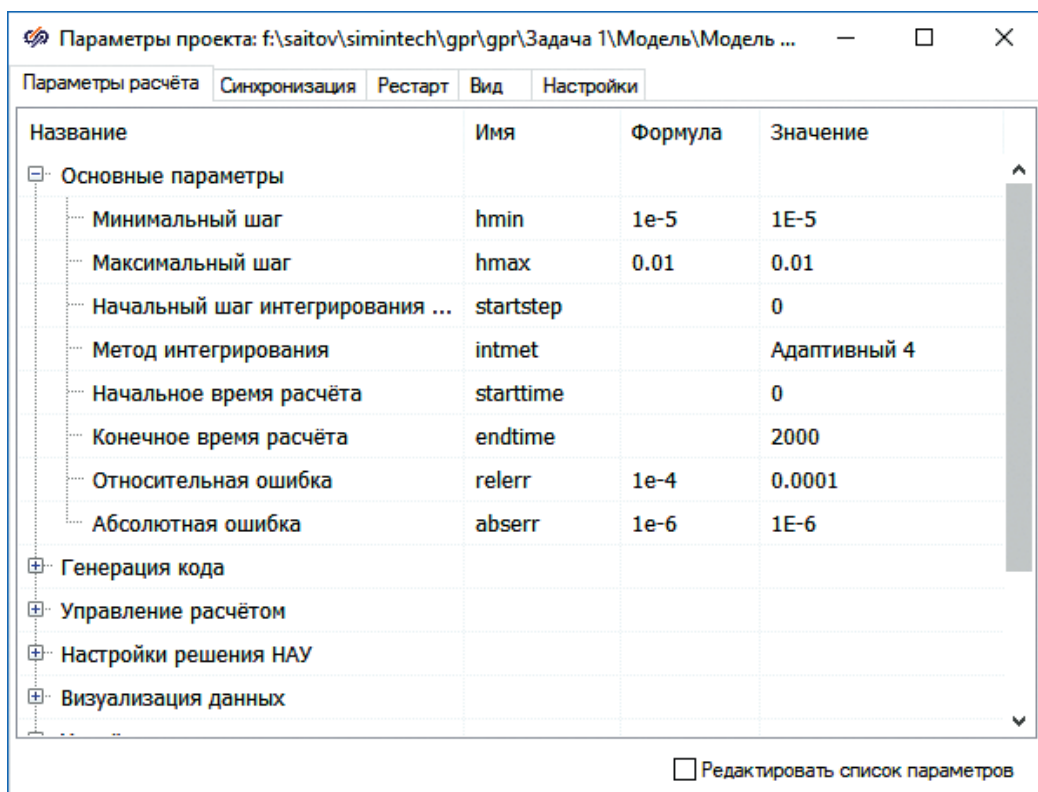


Рис. 3.11. Окно настройки параметров расчёта

Запустим математическую модель движения подводного объекта на исполнение, задав время расчёта 1000 с и угол переключки КГР  $20^\circ$  на погружение (рис. 3.12).

Повторно запустим математическую модель движения подводного объекта на исполнение, задав нулевые углы переключки и возмущением по плавучести  $F = 500$  кН (рис. 3.13).

Из рисунков 3.12, 3.13 видно, что математическая модель подводного объекта успешно построена и работает, однако требуется подтвердить корректность моделируемых данных путём сравнения с результатами аналитических расчётов, полученных в п. 2.8 данной работы.

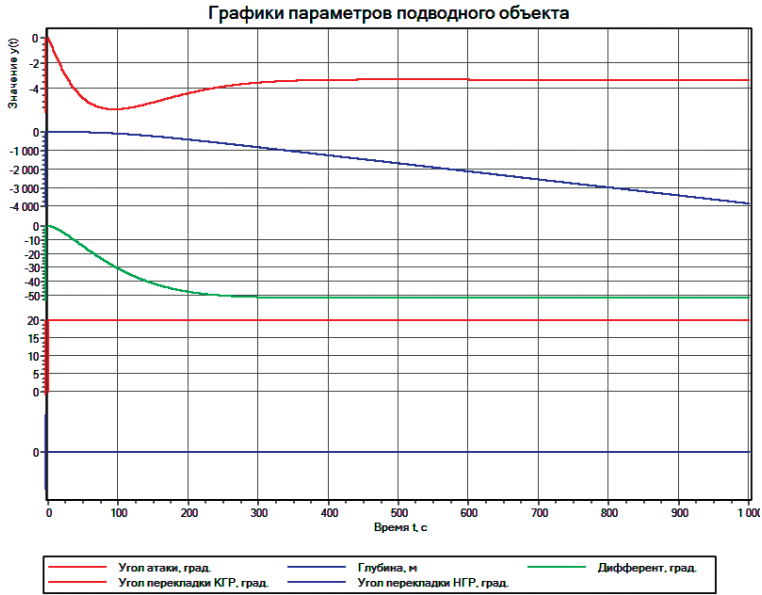


Рис. 3.12. Вывод результата моделирования математической модели движения подводного объекта (первый запуск). Заданная скорость хода 10 уз, возмущение по  $F = 0$  Н, возмущение по  $M = 0$  Н·м, заданный угол перекадки КГР  $20^\circ$ , заданный угол перекадки НГР  $0^\circ$  (выдвинуты)

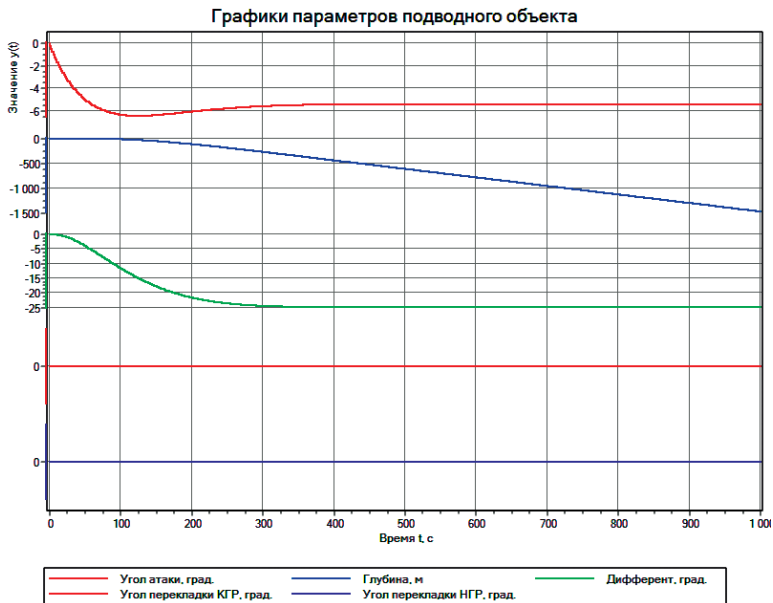


Рис. 3.13. Вывод результата моделирования математической модели движения подводного объекта (повторный запуск). Заданная скорость хода 10 уз, возмущение по  $F = 500$  кН, возмущение по  $M = 0$  Н·м, заданный угол перекадки КГР  $0^\circ$ , заданный угол перекадки НГР  $0^\circ$  (выдвинуты)

### 3.2. Моделирование аналитических расчётов

Зададим условия аналитического расчёта п. 2.9 данной работы. По результатам моделирования математической модели движения подводного объекта определим угол атаки и дифферента (рис. 3.14).

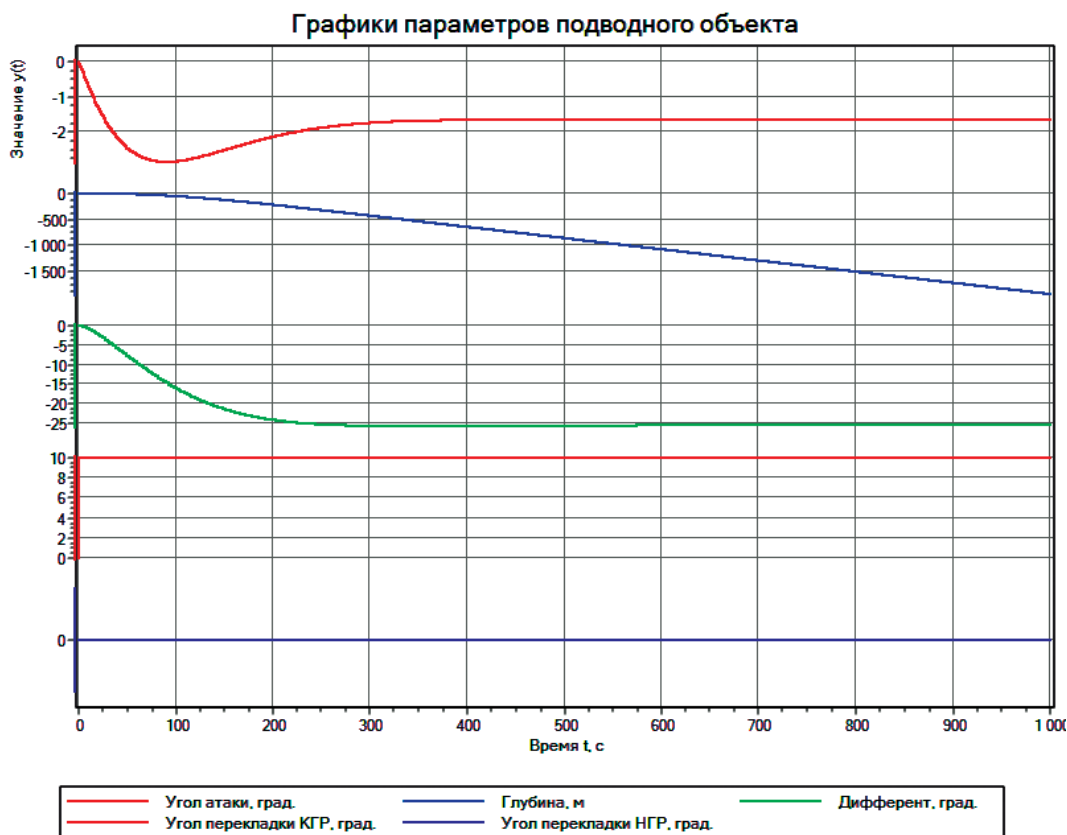


Рис. 3.14. Вывод результата моделирования математической модели движения подводного объекта (моделирование аналитического расчёта п. 2.9). Заданная скорость хода 10 уз, возмущение по  $F = 0$  Н, возмущение по  $M = 0$  Н·м, заданный угол перекадки КГР  $10^\circ$ , заданный угол перекадки НГР  $0^\circ$  (выдвинуты)

Откроем табличный просмотр результатов моделирования (по графику правой кнопкой мыши → «Анализ данных» → «Табличный просмотр») (рис. 3.15).

Таким образом, результат аналитического расчёта – формула (2.52), совпадает с результатом моделирования построенной математической модели движения подводного объекта (рис. 3.15).

Для моделирования аналитического расчёта п. 2.10 данной работы необходимо доработать математическую модель в части учёта нулевых составляющих в

№	Угол атаки, град.:X	Угол атаки, град.:Y	Дифферент, град.:Y	Глубина, м:Y
4128	998.256640782324	-1.66290742568938	-25.5663321464249	-1926.20323193895
4129	998.256640782324	-1.66290742477299	-25.5663321483754	-1926.22469403951
4130	999.456640782322	-1.66290742477299	-25.5663321483754	-1926.22469403951
4131	999.466640782322	-1.66290742385675	-25.5663321503252	-1926.24615614007
4132	999.466640782322	-1.66290742294065	-25.5663321522745	-1926.26761824063
4133	999.466640782322	-1.66290737550011	-25.5663322527576	-1927.3836474734
4134	999.466640782322	-1.66290737459156	-25.5663322546732	-1927.4051095741
4135	1000	-1.66290737459156	-25.5663322546732	-1927.4051095741

Рис. 3.15. Табличный просмотр результатов моделирования

гидродинамических характеристиках  $c_y^0$  и  $m_z^0$  (значения переменных приведены в Приложении А). Доработку реализуем в виде возмущений по силе и моменту в submodule «Возмущения» (рис. 3.16).

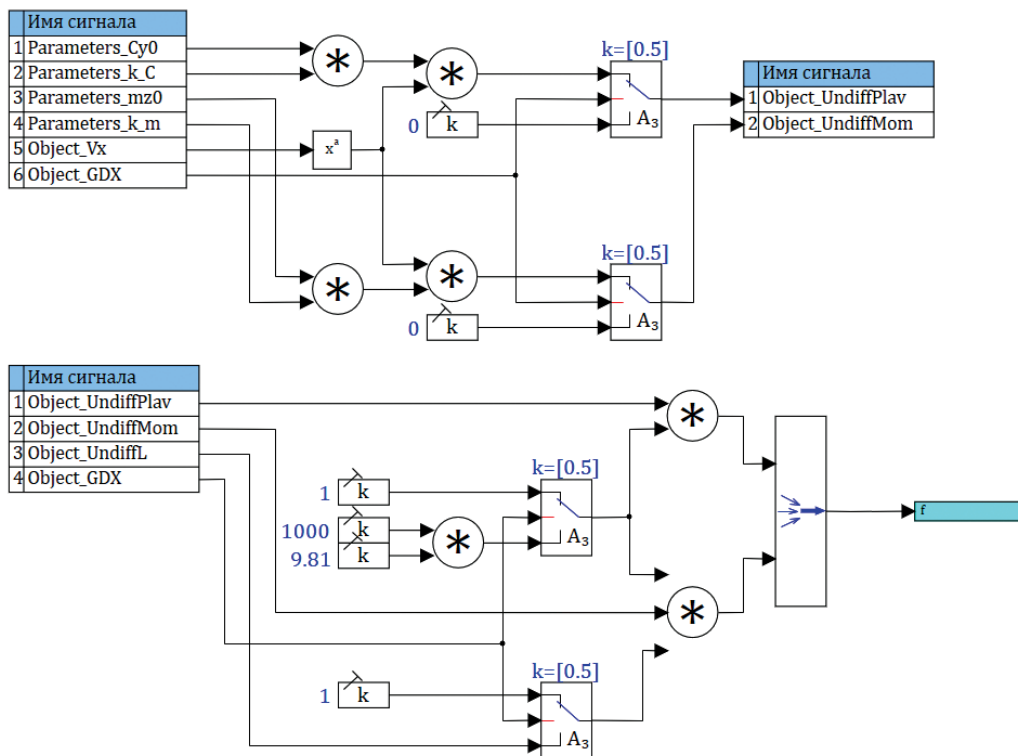


Рис. 3.16. Схема submodule «Возмущения» после доработки

Доработка реализована таким образом, чтобы иметь возможность отключать в модели учёт нулевых составляющих в гидродинамических характеристиках  $c_y^0$  и  $m_z^0$ , устанавливая в 1 переменную в БД сигналов «GDX» (в группе сигналов «Object»). Механизм отключения реализован по аналогии с выдвигением/убиранием НГР в субмодели «Заданные параметры».

Зададим условия аналитического расчёта п. 2.10 данной работы. По результатам моделирования математической модели движения подводного объекта определим балансировочный угол атаки и балансировочный угол перекадки КГР (рис. 3.17).

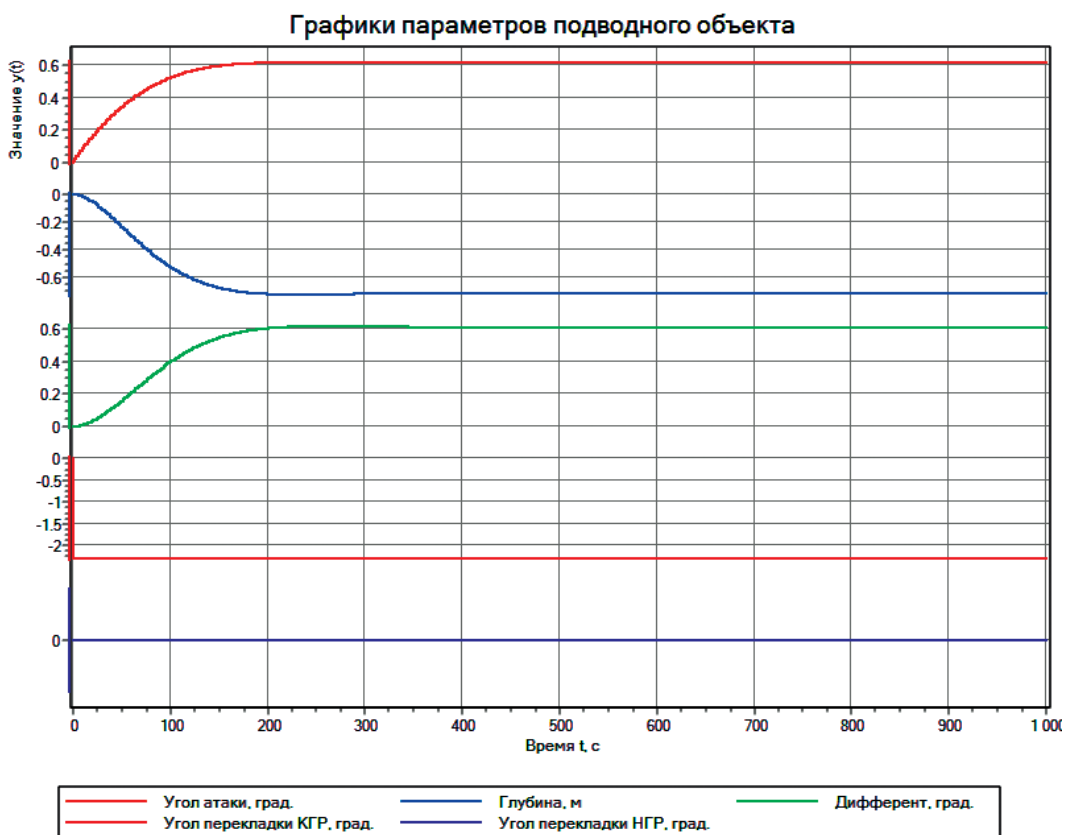
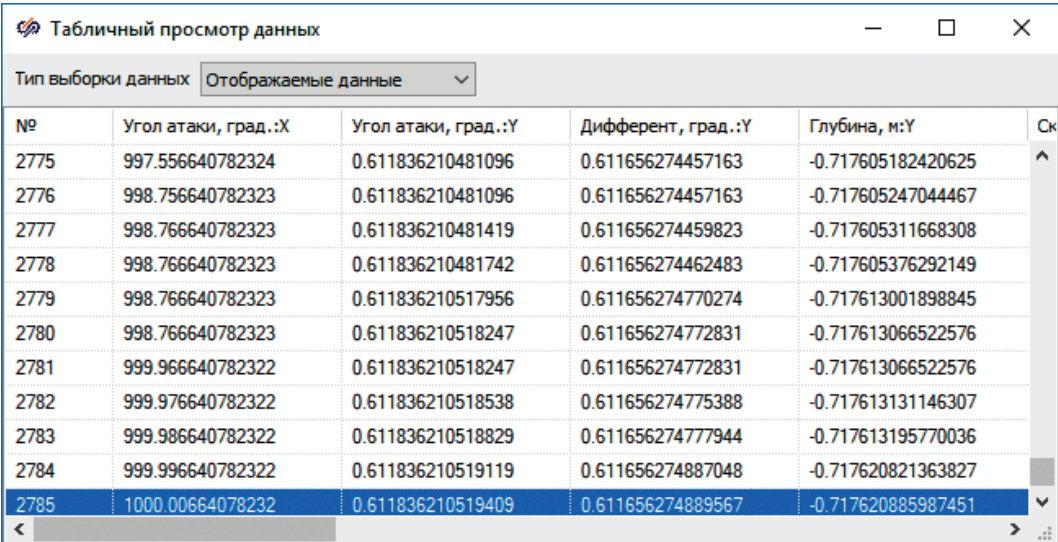


Рис. 3.17. Вывод результата моделирования математической модели движения подводного объекта (моделирование аналитического расчёта п. 2.10). Заданная скорость хода 4 уз, переменная  $GDX = 0$ , заданный угол перекадки КГР минус  $2.29^\circ$ , заданный угол перекадки НГР  $0^\circ$  (выдвинуты)

Откроем табличный просмотр результатов моделирования (рис. 3.18).

Результат аналитического расчёта – формула (2.56), совпадает с результатом моделирования построенной математической модели движения подводного объекта (рис. 3.18).

Таким образом, результаты моделирования в обоих случаях подтверждают аналитический расчёт и можно судить о корректной работе полученной математической модели движения подводного объекта.



№	Угол атаки, град.:X	Угол атаки, град.:Y	Дифферент, град.:Y	Глубина, м:Y	Ск
2775	997.556640782324	0.611836210481096	0.611656274457163	-0.717605182420625	^
2776	998.756640782323	0.611836210481096	0.611656274457163	-0.717605247044467	
2777	998.766640782323	0.611836210481419	0.611656274459823	-0.717605311668308	
2778	998.766640782323	0.611836210481742	0.611656274462483	-0.717605376292149	
2779	998.766640782323	0.611836210517956	0.611656274770274	-0.717613001898845	
2780	998.766640782323	0.611836210518247	0.611656274772831	-0.717613066522576	
2781	999.966640782322	0.611836210518247	0.611656274772831	-0.717613066522576	
2782	999.976640782322	0.611836210518538	0.611656274775388	-0.717613131146307	
2783	999.986640782322	0.611836210518829	0.611656274777944	-0.717613195770036	
2784	999.996640782322	0.611836210519119	0.611656274887048	-0.717620821363827	
2785	1000.00664078232	0.611836210519409	0.611656274889567	-0.717620885987451	v

Рис. 3.18. Табличный просмотр результатов моделирования

## 4. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОРГАНАХ УПРАВЛЕНИЯ

Цель данного раздела – дать общую информацию об исполнительных органах рассматриваемого подводного объекта и разработать их математические модели.

### 4.1. Гидравлический привод рулевых устройств

Простейшая схема гидравлического привода представлена на рис. 4.1.

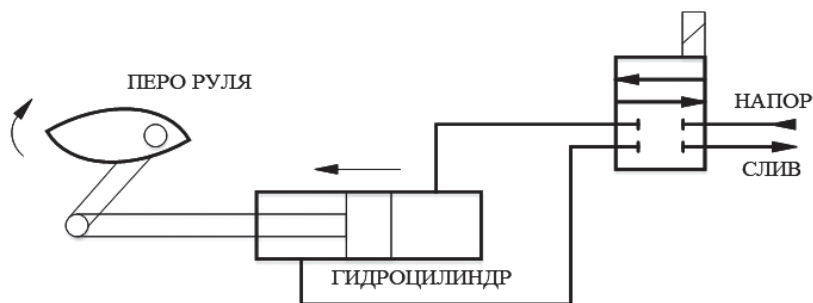


Рис. 4.1. Схема гидравлического привода

Электрический сигнал поступает на управляющий электрогидравлический прибор, который задаёт необходимую величину напорного давления в гидравлическом цилиндре рулевого привода. Поршень в цилиндре перемещается и через кинематическую передачу линейное перемещение преобразуется в угол поворота баллера руля.

В линейном приближении рулевой привод можно представить обыкновенным интегрирующим звеном, а закон управления, необходимый для стабилизации движения подводного объекта, записать в виде

$$u = \dot{\delta}, \quad (4.1)$$

где  $\dot{\delta}$  — скорость угла перекладки руля, рад/с.

Реальная структурная схема рулевого привода дополняется рядом нелинейностей:

- зоной насыщения (ограничение хода поршня или золотника в управляющем гидравлическом приборе) для регулировки скорости перекладки руля;
- зоной нечувствительности, вызванной особенностями работы гидравлического привода (при слишком малом значении заданного угла перекладки привод никак не реагирует).

При рассмотрении линейных систем данные нелинейности опускаются, но при проектировании реальных систем управления движением подводного объекта эти нелинейности обязательно учитываются.

Структурная схема математической модели привода с нелинейностями приведена на рис. 4.2.

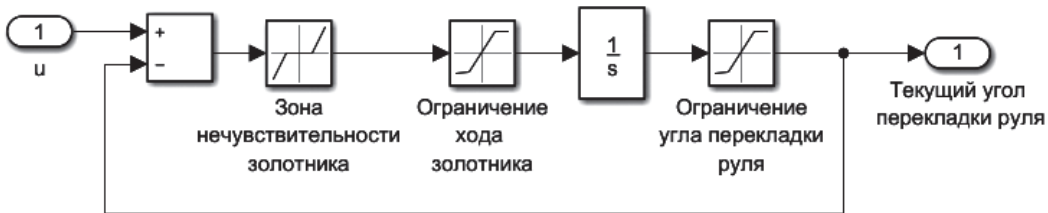


Рис. 4.2. Структурная схема математической модели привода с нелинейностями

Упрощённая схема алгоритма работы математической модели гидравлического привода приведена на рис. 4.3.

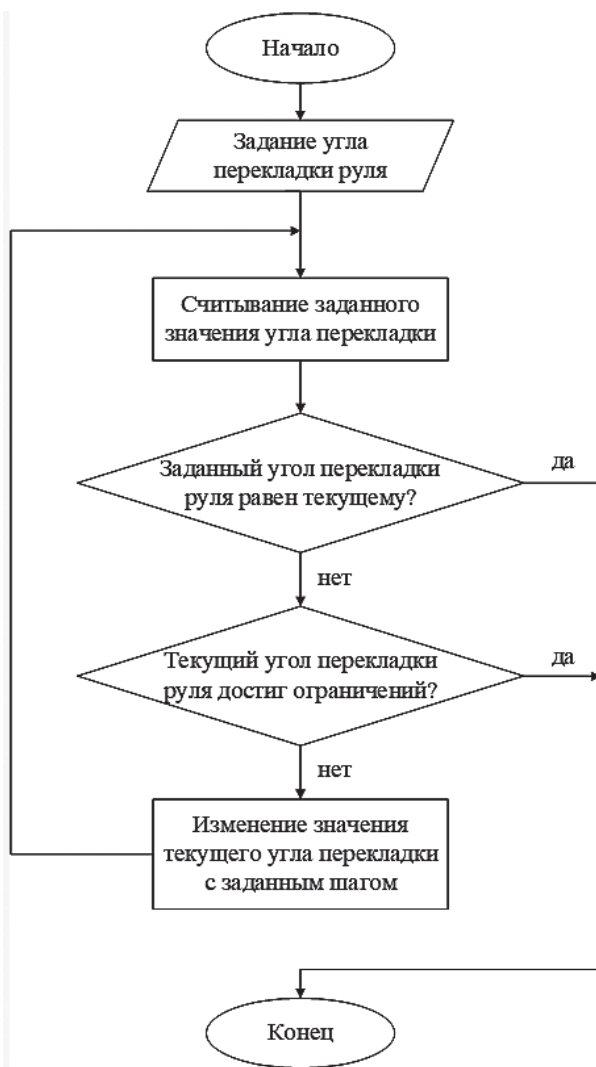


Рис. 4.3. Схема алгоритма работы математической модели гидравлического привода

## 4.2. Уравнительная система

Простейшая схема уравнительной системы (УС) подводного объекта представлена на рис. 4.4.

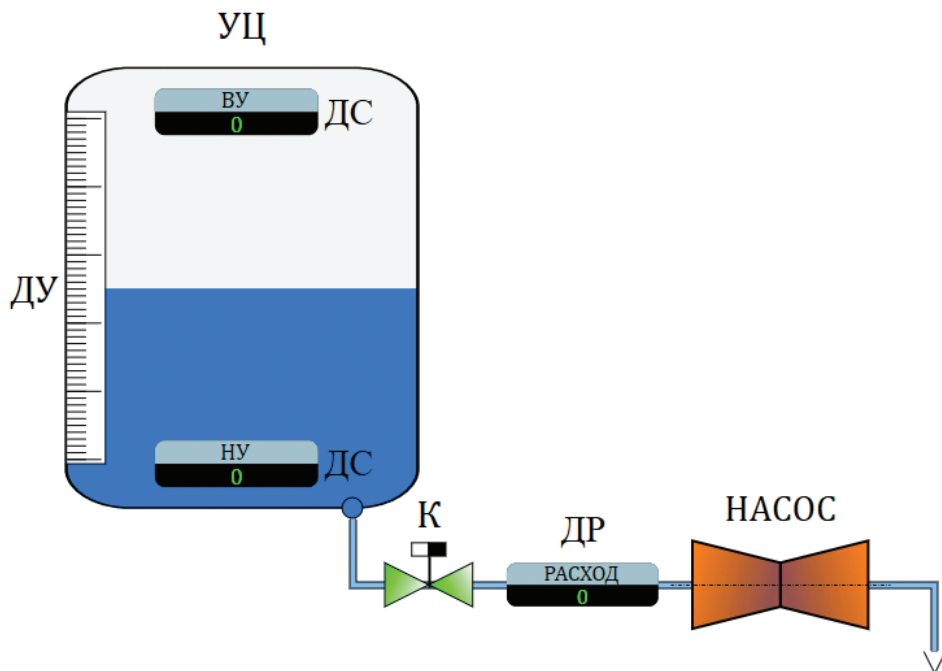


Рис. 4.4. Схема уравнительной системы подводного объекта:

УЦ – уравнительная цистерна; ДУ – датчик уровня воды; ДС – датчик сигнализации;  
ДР – датчик расхода (расходомер); К – запорный клапан

Для погашения отрицательной плавучести подводного объекта (подводный объект тяжёл) насос работает на откачку воды из цистерны за борт, для погашения положительной плавучести (подводный объект лёгкий) насос работает на приём воды из-за борта в цистерну. Таким образом происходит дифферентовка подводного объекта по силе плавучести.

Уравнительная цистерна (УЦ) имеет фиксированный объем, соответственно разрешение на приём и отлив осуществляется посредством датчиков сигнализации верхнего уровня (ВУ) и нижнего уровня (НУ):

- при заполнении УЦ до ВУ – приём в УЦ прекращается и команды на приём больше не обрабатываются;
- при опустошении УЦ до НУ – отлив из УЦ прекращается и команды на отлив больше не обрабатываются.

Также УЦ имеют внутрицифровой датчик уровня воды, значение которого контролирует оператор системы. Расходомер необходим для дозированного приёма/отлива воды.

В линейном приближении объем воды в цистерне можно представить обыкновенным интегрирующим звеном. Представим возмущение по силе плавучести  $F_f$  в зависимости от текущего уровня воды в УЦ по отношению к общему объему цистерны:

$$F_f = \left( \frac{V_c}{2} - V_{cc} \right) \cdot k_F, \quad (4.2)$$

где  $V_c$  — общий объем УЦ, м<sup>3</sup>;

$V_{cc}$  — текущий уровень воды в УЦ, м<sup>3</sup>;

$k_F$  — безразмерный коэффициент множитель (чем больше, тем больше возмущение).

Для простоты полагаем, что скорость приёма/отлива в/из УЦ постоянна.

Работа реальной УС дополняется рядом нелинейностей, вызванных спецификой технических средств (пуск/останов насоса, открытие/закрытие арматуры и др.), которые в рамках данного практикума не рассматриваем.

Упрощенная схема алгоритма работы математической модели УС приведена на рис. 4.5.

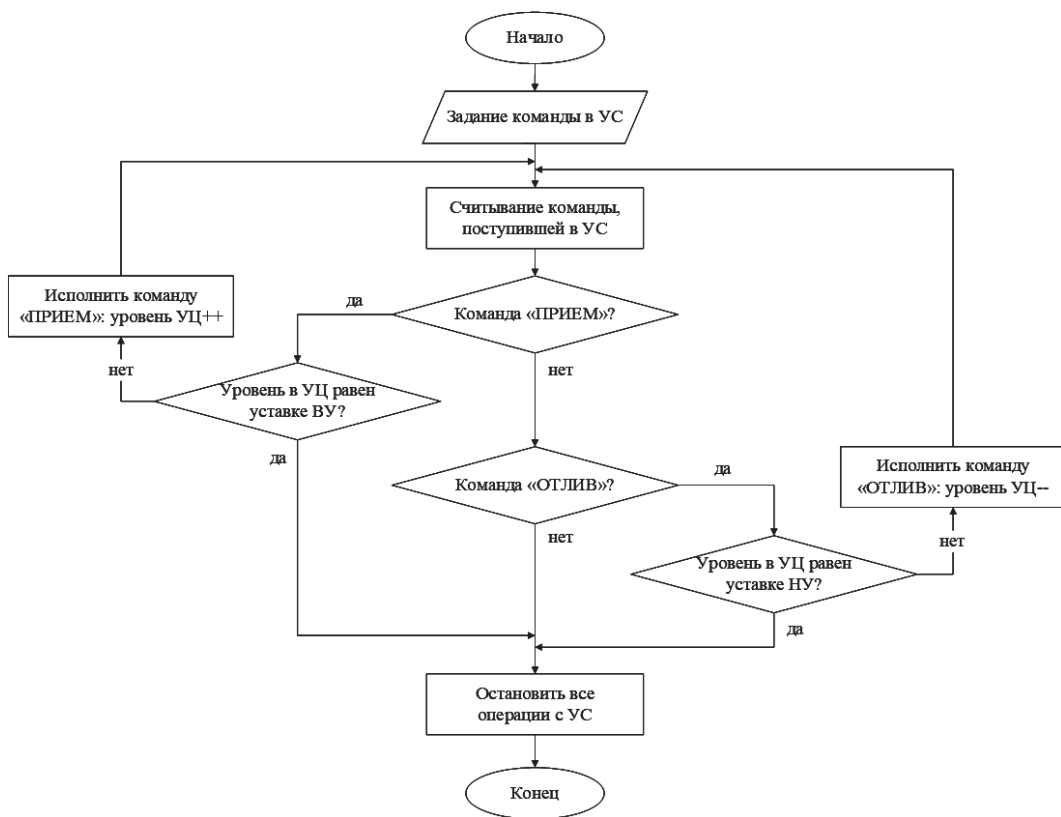


Рис. 4.5. Схема алгоритма работы математической модели УС

### 4.3. Дифференциальная система

Простейшая схема дифференцильной системы (ДС) подводного объекта представлена на рис. 4.6.

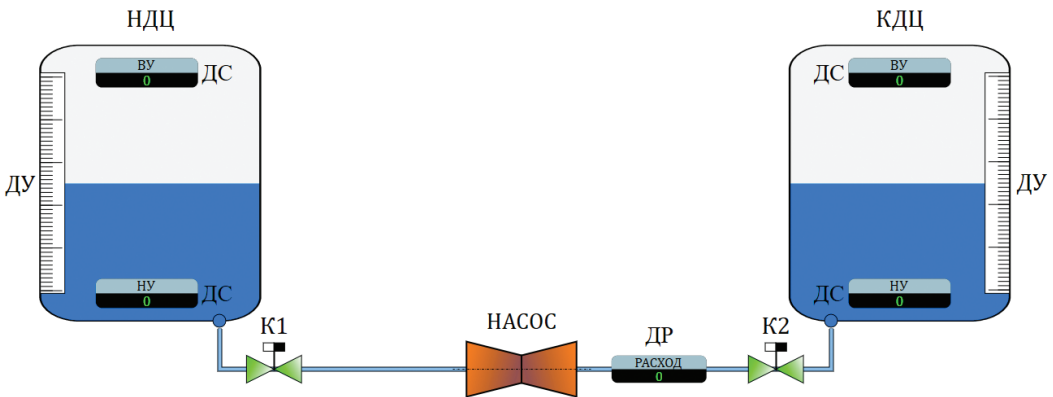


Рис. 4.6. Схема дифференцильной системы подводного объекта:

НДЦ/КДЦ – носовая/кормовая дифференциальная цистерна; ДУ – датчик уровня воды; ДС – датчик сигнализации; ДР – датчик расхода (расходомер); К – запорный клапан

Для устранения момента на нос (когда подводный объект идёт в установившемся режиме движения на постоянной глубине с дифферентом на погружение) насос работает на перекачку воды из НДЦ в КДЦ. Для устранения момента на корму (когда подводный объект идёт в установившемся режиме движения на постоянной глубине с дифферентом на всплытие) насос работает на перекачку воды из КДЦ в НДЦ.

Как и УЦ, дифференциальные цистерны имеют датчики ВУ, НУ и цифровые датчики уровня воды, которые контролируют состояние ДС, а также расходомер для дозированной перекачки воды из НДЦ/КДЦ в КДЦ/НДЦ.

В рамках настоящего практикума для простоты будем полагать, что НДЦ и КДЦ имеют одинаковый объем, каждая цистерна наполовину заполнена водой и между собой они замкнуты (нельзя принять/отлить воды извне), скорость перекачки воды между цистернами постоянна. Таким образом:

- при заполнении НДЦ до ВУ – приём в НДЦ прекращается, команды на приём больше не отрабатываются, КДЦ становится пуста;
- при заполнении КДЦ до ВУ – приём в КДЦ прекращается, команды на приём больше не отрабатываются, НДЦ становится пуста.

В линейном приближении объем воды в цистерне можно представить обыкновенным интегрирующим звеном. Представим возмущение по моменту  $M_f$  в зависимости от текущего соотношения воды в дифференциальных цистернах:

$$M_f = (V_{kc} - V_{nc}) \cdot k_M, \quad (4.3)$$

где  $V_{kc}$  — текущий уровень воды в КДЦ, м<sup>3</sup>;  
 $V_{nc}$  — текущий уровень воды в НДЦ, м<sup>3</sup>;  
 $k_M$  — безразмерный коэффициент множитель (чем больше, тем больше воз-  
мушение).

Упрощённая схема алгоритма работы математической модели ДС приведена на рис. 4.7.

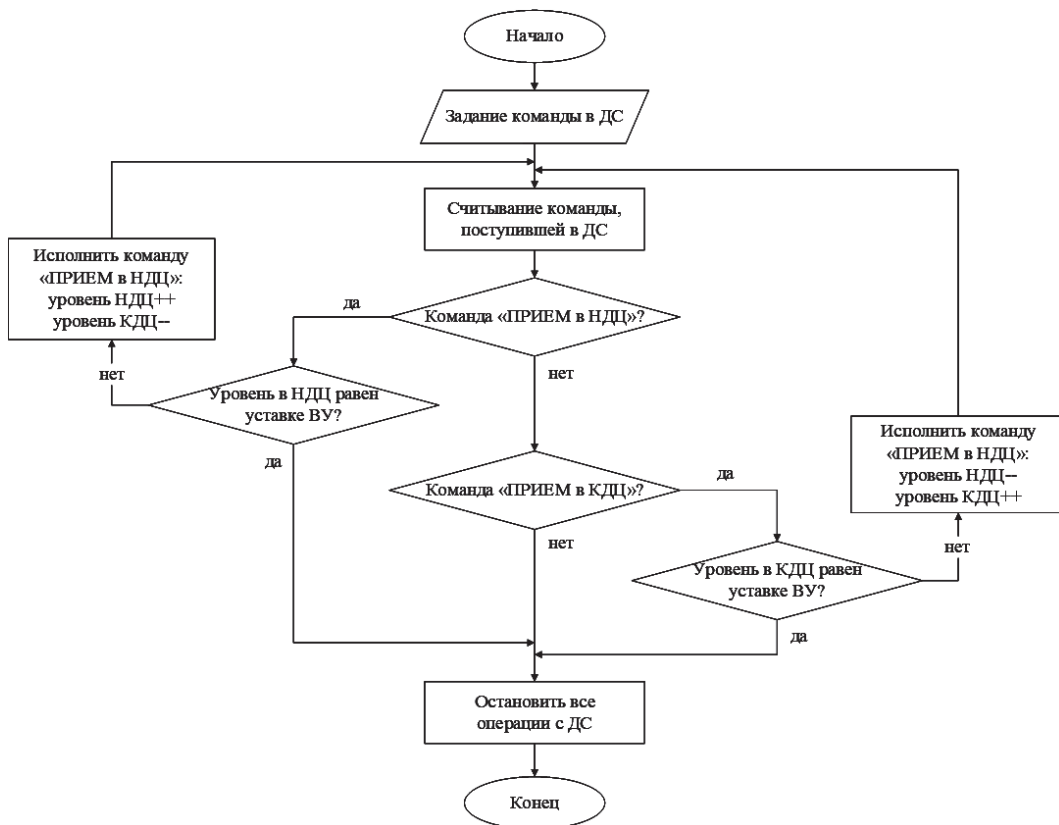


Рис. 4.7. Схема алгоритма работы математической модели ДС

## 5. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОРГАНОВ ПОДВОДНОГО ОБЪЕКТА В ПО КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Данный раздел посвящён построению и моделированию математических моделей исполнительных органов (гидравлический привод рулевых устройств, уравнительная система, дифференциальная система) в ПО «SimInTech».

## 5.1. Создание математической модели гидравлического привода рулевых устройств

Создадим новый проект в ПО «SimInTech» и построим математическую модель гидравлического привода рулевых устройств, используя структурную схему (см. рис. 4.2) и схему алгоритма работы (см. рис. 4.3).

Структура полученной математической модели гидравлического привода рулевых устройств в ПО «SimInTech» представлена на рис. 5.1.

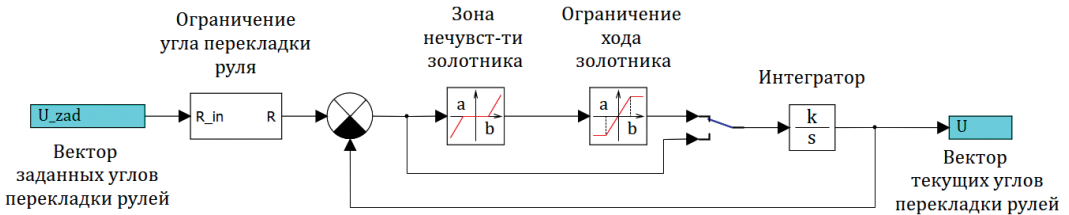


Рис. 5.1. Математическая модель гидравлического привода в ПО «SimInTech»

В рамках рассматриваемого подводного объекта полагаем, что один гидравлический привод осуществляет перекладку сразу обоих перьев рулей – левого и правого борта, и текущий угол перекладки пера левого борта равен текущему углу перекладки пера правого борта. Поэтому на вход модели подаётся вектор заданных углов перекладки рулей, состоящий из двух элементов:

$$U_{zad} = \begin{bmatrix} \delta_{зад\ кгр} & \delta_{зад\ нгр} \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

где  $\delta_{зад\ кгр}$  — заданный угол перекладки КГР, радиан;

$\delta_{зад\ нгр}$  — заданный угол перекладки НГР, радиан.

На выходе соответственно имеем вектор текущих углов перекладки рулей:

$$U = \begin{bmatrix} \delta_{кгр} & \delta_{нгр} \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

где  $\delta_{кгр}$  — текущий угол перекладки КГР, радиан;

$\delta_{нгр}$  — текущий угол перекладки НГР, радиан.

Переключатель перед интегратором служит для включения/отключения нелинейностей в работе гидропривода (в случае необходимости).

«Зона нечувствительности золотника» задаётся блоком «Линейное с зоной нечувствительности» и равна  $0,1^\circ$  (рис. 5.2).

«Ограничение угла перекладки руля» представлено субмоделью (рис. 5.3). Ограничения углов перекладки рулей (КГР, НГР) поступает из БД сигналов. Ограничения для рассматриваемого в данной работе подводного объекта равны  $\pm 40^\circ$  для КГР и  $\pm 25^\circ$  для НГР.

«Ограничение хода золотника» задаётся блоком «Линейное с насыщением» и для рассматриваемого гидропривода задано  $3^\circ/\text{с}$  (рис. 5.4). Таким образом, с

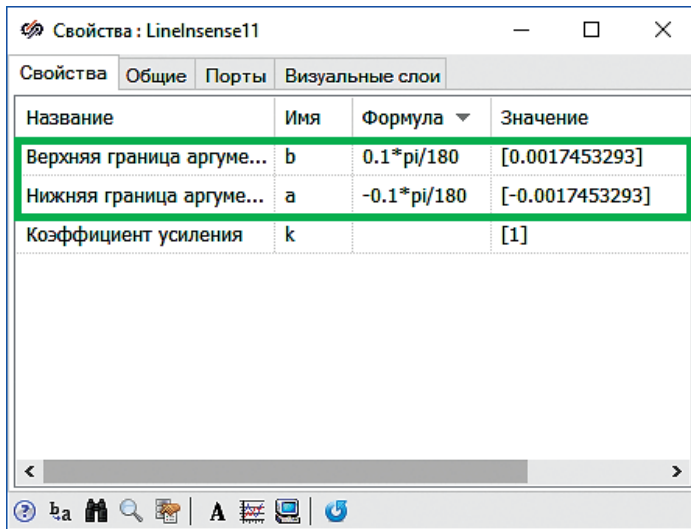


Рис. 5.2. Окно свойств блока «Линейное с зоной нечувствительности»

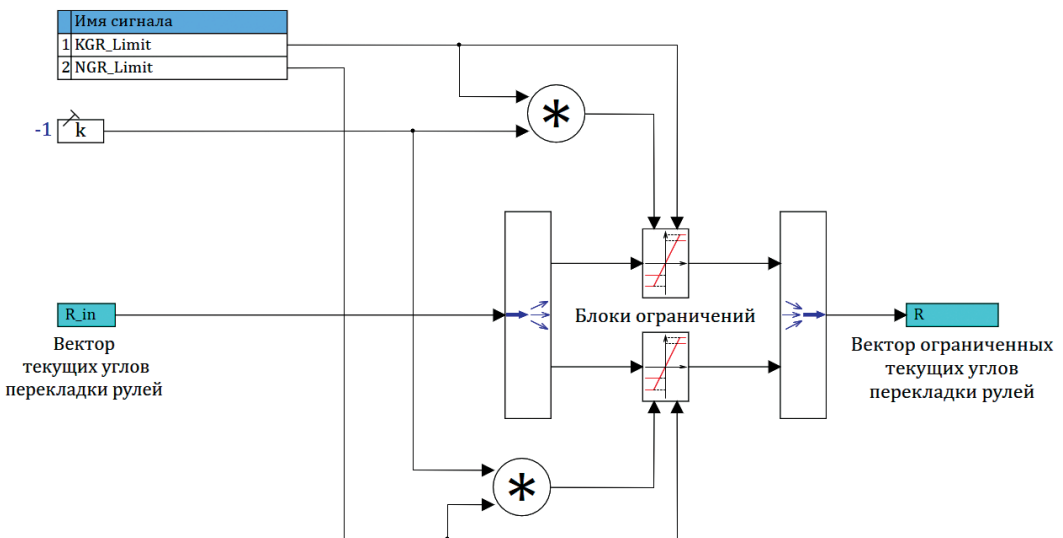


Рис. 5.3. Схема субмодели «Ограничение угла перекадки руля»

учёт блока «Ограничение угла перекадки руля» гидропривод делает перекадку от  $0^\circ$  до упора за время, ориентировочно равное 13,3 с для КГР и 8,3 с для НГР.

Начальное положение НГР и КГР задаётся в свойстве «Начальные условия» блока «Интегратор» в виде вектора (рис. 5.5), значения элементов которого задаются вручную (в радианах).

*Примечание.* Информация о текущем угле перекадки рулей, ограничении и состоянии хранится в БД сигналов (категория «Rudder» → группа сигналов «KGR»/«NGR») (Приложение В).

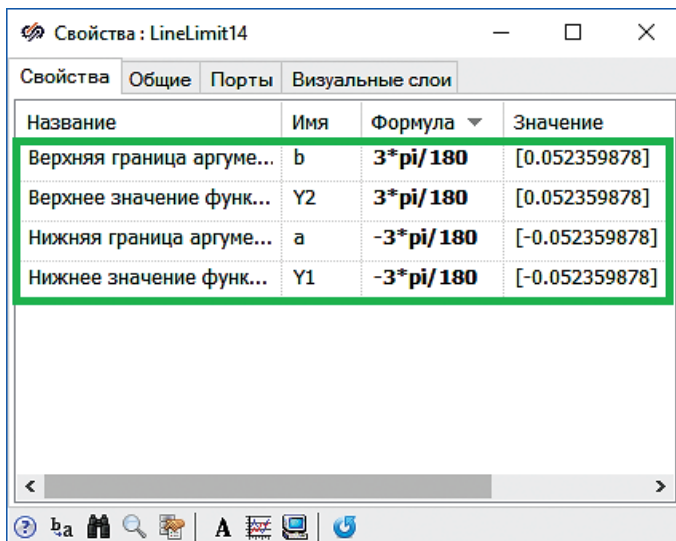


Рис. 5.4. Окно свойств блока «Линейное с насыщением»

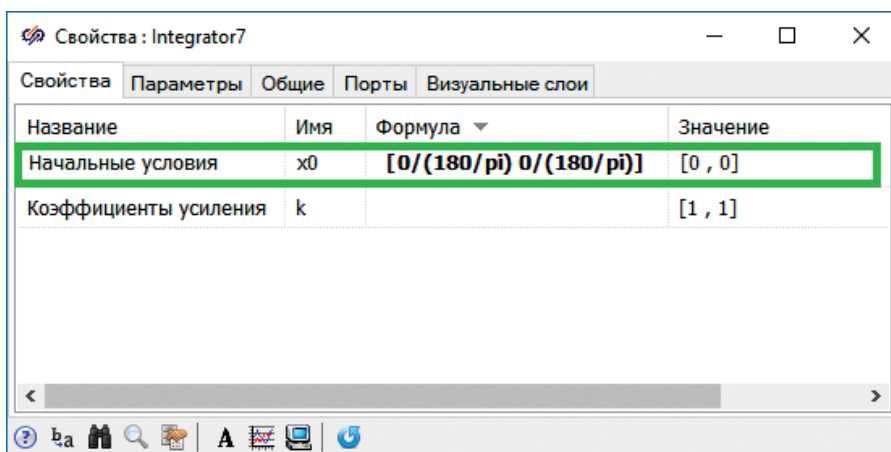


Рис. 5.5. Окно свойств блока «Интегратор»

Запустим построенную математическую модель гидропривода на исполнение, задав в параметрах расчёта модели «Конечное время расчёта» равным 1000 с (см. рис. 3.11) и включив параметр «Синхронизация с реальным временем» во вкладке «Синхронизация» (рис. 5.6).

Во время моделирования математической модели гидропривода на вход будем вручную (из БД сигналов) задавать набор значений вектора заданных углов перекладки рулей:

- 1)  $[10 / (180 / \pi), 10 / (180 / \pi)]$ ,
- 2)  $[20 / (180 / \pi), 15 / (180 / \pi)]$ ,
- 3)  $[30 / (180 / \pi), 20 / (180 / \pi)]$ ,

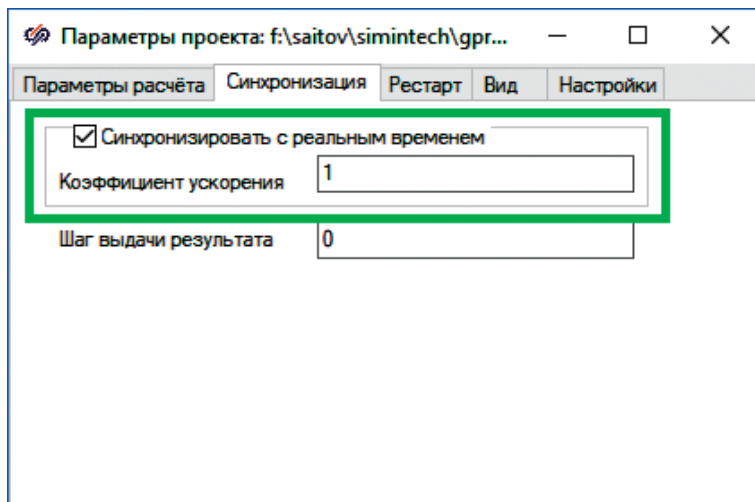


Рис. 5.6. Окно настройки параметров расчёта, вкладка «Синхронизация»

- 4)  $[40/(180/\pi), 25/(180/\pi)]$ ,
- 5)  $[-45/(180/\pi), -30/(180/\pi)]$ ,
- 6)  $[50/(180/\pi), 35/(180/\pi)]$ ,
- 7)  $[0/(180/\pi), 0/(180/\pi)]$ .

В заданном векторе № 5 и 6 проверяем работу блока ограничений (см. рис. 5.4).

В ходе моделирования на график будут записываться текущий угол перекладки, заданный угол перекладки и скорость перекладки (производная от текущего угла перекладки гидропривода).

Сначала запустим моделирование с отключёнными блоками нелинейности (ключ в нижнем положении) (рис. 5.7 и 5.8), затем с включёнными блоками нелинейности (ключ в верхнем положении) (рис. 5.9 и 5.10).

Из результатов моделирования видно, что при отключённой зоне нечувствительности и отсутствии ограничения хода золотника (см. рис. 5.7 и 5.8) скорость перекладки гидропривода зависит от величины рассогласования между текущим и заданным значением угла перекладки, поступающей на вход интегратора — чем больше рассогласование, тем выше скорость перекладки. При включенной зоне нечувствительности и наличии ограничения хода золотника (см. рис. 5.9 и 5.10) скорость перекладки гидропривода постоянна и равна  $3^\circ/\text{с}$ . Угол перекладки гидропривода не выходит за пределы ограничений  $\pm 40^\circ$  для КГР и  $\pm 25^\circ$  для НГР. Работа построенной математической модели гидропривода соответствует заданному алгоритму работы (см. рис. 4.3).

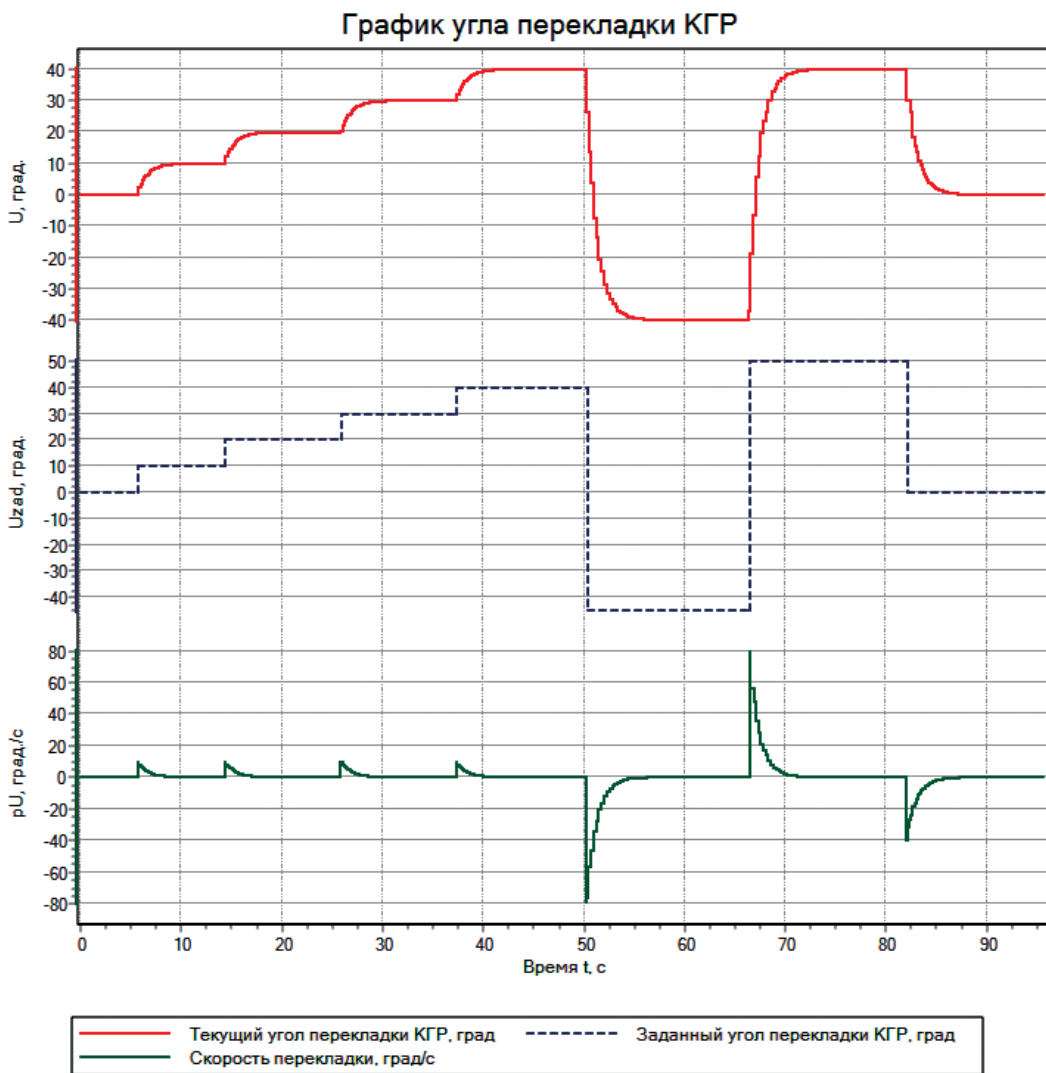


Рис. 5.7. Вывод результата моделирования математической модели гидропривода угла перекладки КГР (нелинейные блоки отключены).  
Ограничение на угол перекладки КГР =  $\pm 40^\circ$

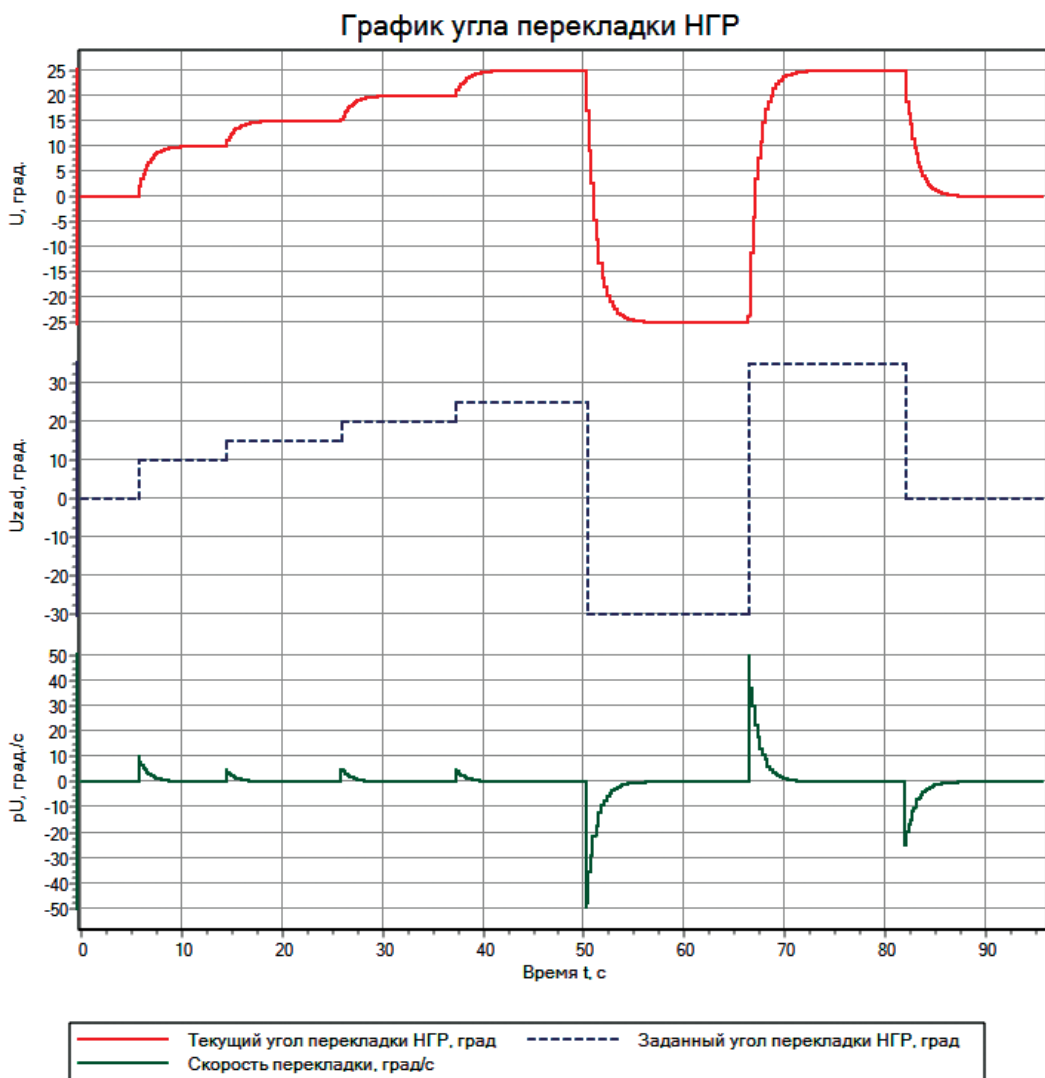


Рис. 5.8. Вывод результата моделирования математической модели гидропривода угла перекладки НГР (нелинейные блоки отключены).

Ограничение на угол перекладки НГР =  $\pm 25^\circ$

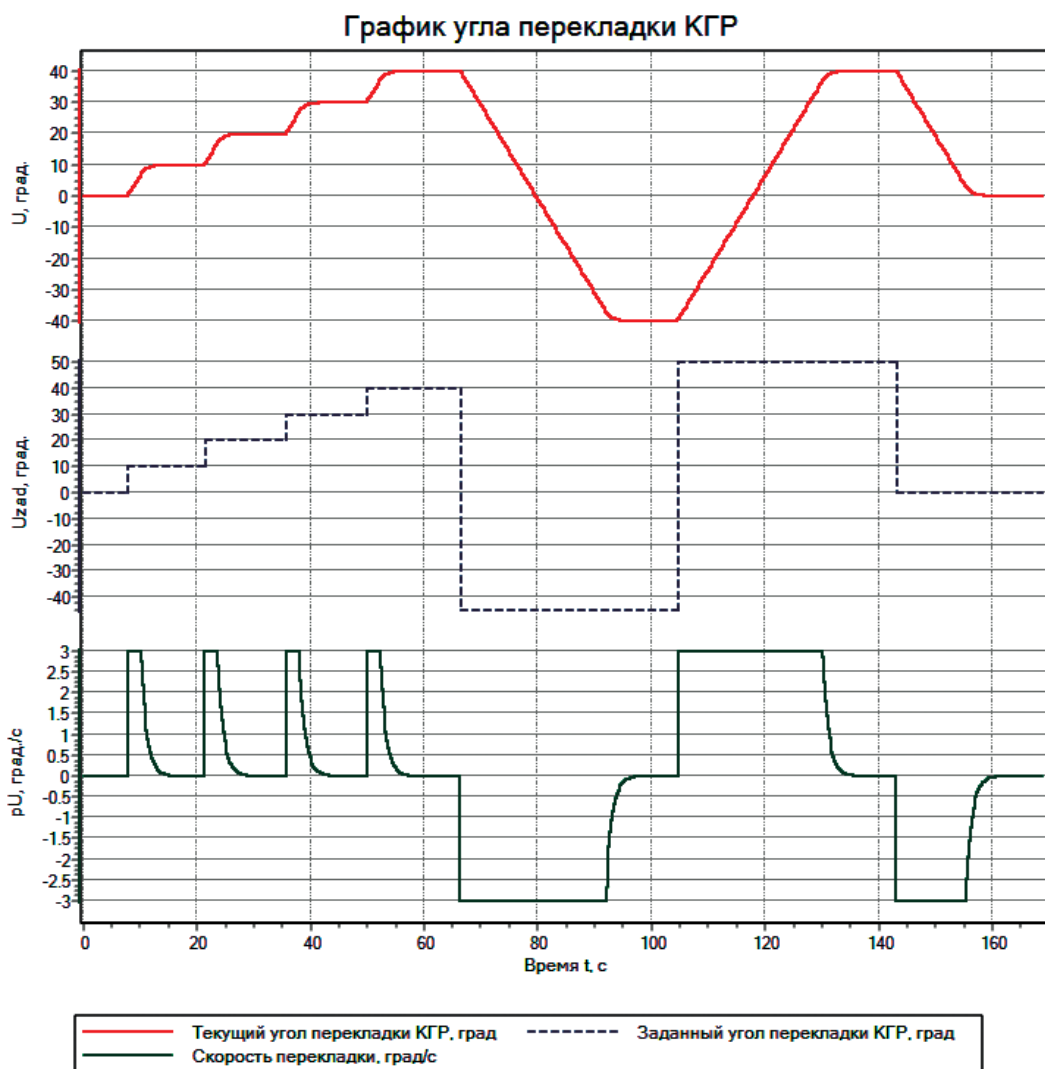


Рис. 5.9. Вывод результата моделирования математической модели гидропривода угла перекладки КГР (нелинейные блоки включены).

Ограничение на угол перекладки КГР =  $\pm 40^\circ$ , заданная скорость перекладки =  $3^\circ/\text{с}$ , зона нечувствительности =  $0,1^\circ$

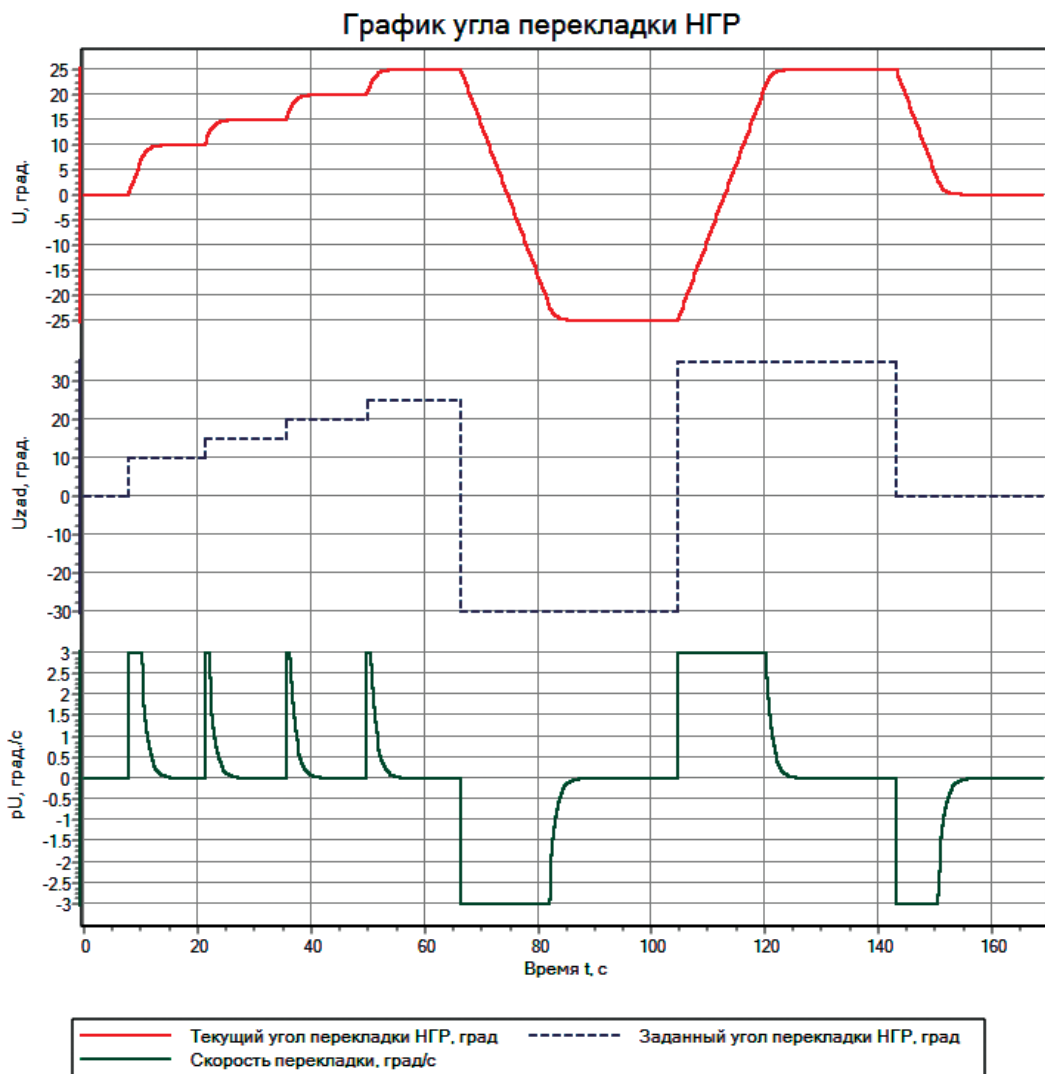


Рис. 5.10. Вывод результата моделирования математической модели гидропривода угла перекладки НГР (нелинейные блоки включены).

Ограничение на угол перекладки НГР =  $\pm 25^\circ$ , заданная скорость перекладки =  $3^\circ/\text{с}$ , зона нечувствительности =  $0,1^\circ$

## 5.2. Создание математической модели уравнительной системы

Создадим новый проект в ПО «SimInTech» и построим математическую модель УС, используя структурную схему (см. рис. 4.4) и схему алгоритма работы (см. рис. 4.5).

Структура полученной математической модели УС в ПО «SimInTech» представлена на рис. 5.11.

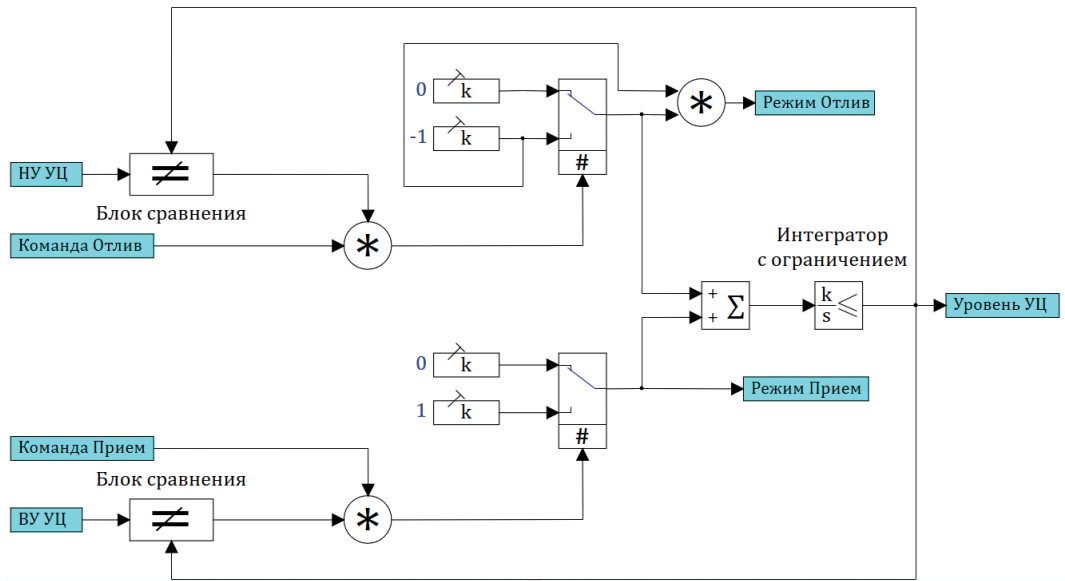


Рис. 5.11. Математическая модель уравнительной системы в ПО «SimInTech»

На вход модели из БД сигналов (категория «Cistern» → группа сигналов «УС») поступают цифровые значения уставок ВУ и НУ уравнительной цистерны, а также двоичные сигналы команд на приём/отлив в/из УС.

На выходе модели в БД сигналов поступают цифровое значение уровня воды в УЦ, а также двоичные сигналы состояния УС – приём/отлив.

Текущий уровень воды в УЦ определяется выходом блока «Интегратор с ограничением» (рис. 5.12).

В этом же блоке задаётся объем УЦ – параметр «Максимальное значение» (в рассматриваемой УС объем УЦ равен 100 м<sup>3</sup>), начальный уровень воды в УЦ – параметр «Начальные условия» (в рассматриваемой УС начальный уровень равен текущему уровню воды в УЦ), коэффициент усиления определяет скорость приёма/отлив в/из УЦ.

«Блок сравнения» сравнивает уставки ВУ и НУ с текущим уровнем воды в УЦ, после чего разрешает (выдаёт «1») или запрещает (выдаёт «0») операцию на

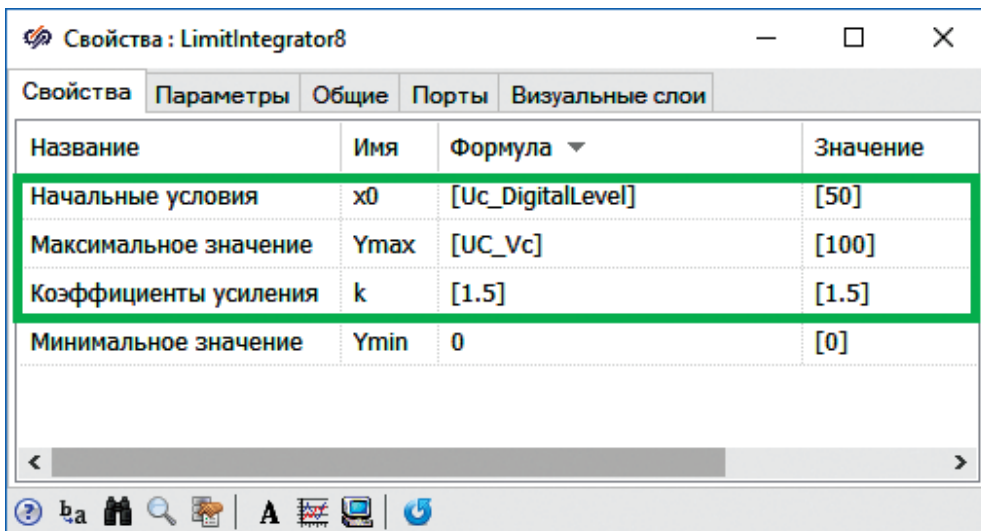


Рис. 5.12. Окно свойств блока «Интегратор с ограничением»

приём/отлив в/из УЦ (в зависимости от того, какая команда пришла) (рис. 5.13). ВУ в рассматриваемой модели УС равен 100 м<sup>3</sup>, НУ – 0 м<sup>3</sup>.

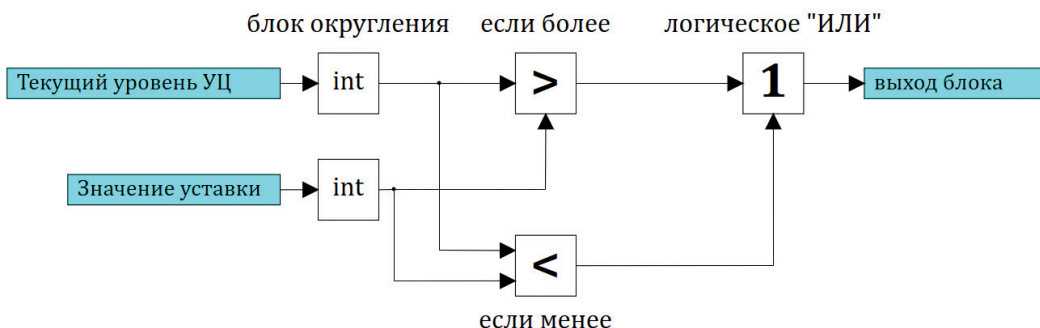


Рис. 5.13. Схема субмодели «Блок сравнения»

Запустим построенную математическую модель УС на исполнение, задав в параметрах расчёта модели «Конечное время расчёта» равным 1000 с (см. рис. 3.11), и включив параметр «Синхронизация с реальным временем» во вкладке «Синхронизация» (см. рис. 5.6).

Во время моделирования математической модели УС на вход будем вручную (из БД сигналов) задавать команды на приём/отлив в/из УЦ.

В ходе моделирования на график будут записываться поступающие команды («Команда Приём», «Команда Отлив», состояние УС («Режим Приём», «Режим Отлив») и уровень воды в УЦ (рис. 5.14).

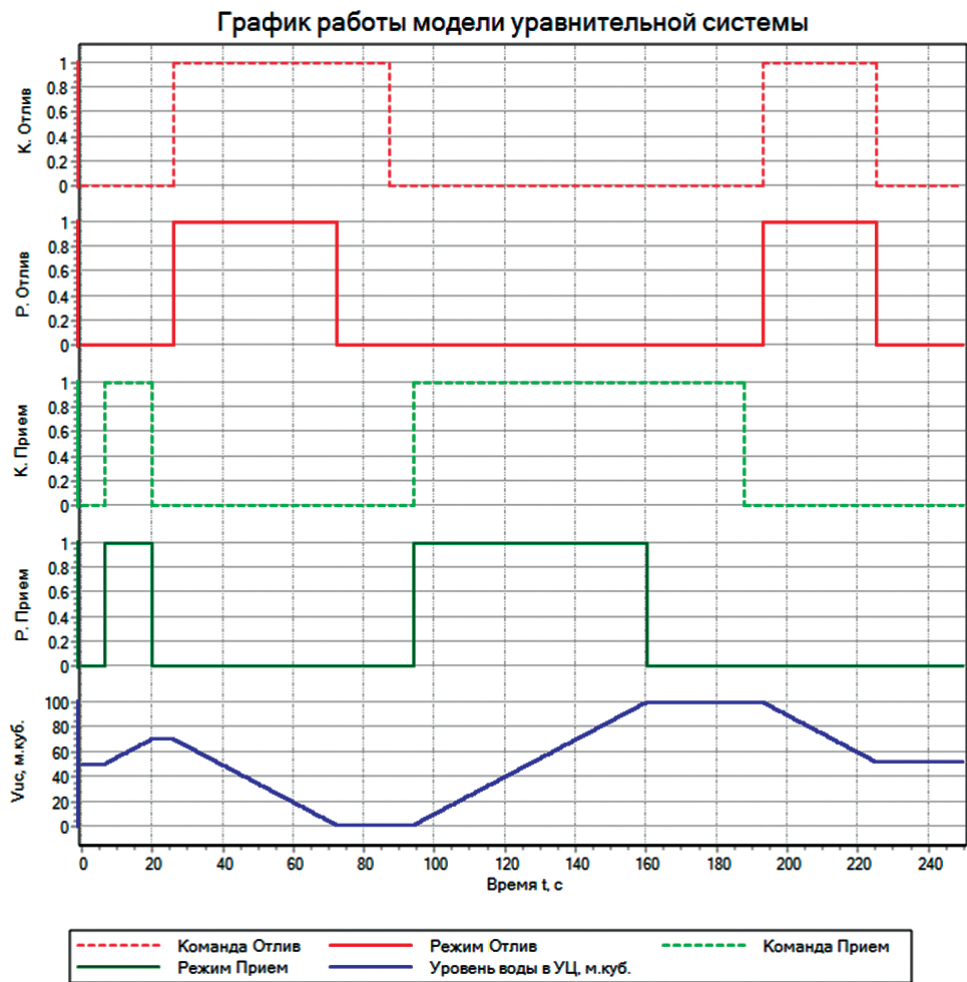


Рис. 5.14. Вывод результата моделирования математической модели УС. Общий объем УЦ = 100 м<sup>3</sup>, начальный уровень УЦ = 50 м<sup>3</sup>, уставка ВУ = 100 м<sup>3</sup>, уставка НУ = 0 м<sup>3</sup>

Поменяем уставку ВУ на 80 м<sup>3</sup>, уставку НУ на 40 м<sup>3</sup>, начальный уровень воды в УЦ на 60 м<sup>3</sup> и повторим моделирование процесса (рис. 5.15).

Из результатов моделирования видно, что приём/отлив в/из УЦ прекращается при достижении уровнем воды граничных значений уставок, при этом команды продолжают выдаваться. Таким образом, работа построенной математической модели УС соответствует заданному алгоритму работы (см. рис. 4.5).

Реализация зависимости — возмущение по силе плавучести  $F_f$  в зависимости от текущего уровня воды в УЦ по отношению к общему объёму цистерны (формула (4.2)) — будет рассмотрена в п. 5.4 настоящего раздела на этапе объединения математических моделей движения подводного объекта и исполнительных органов.

График работы модели уравнительной системы

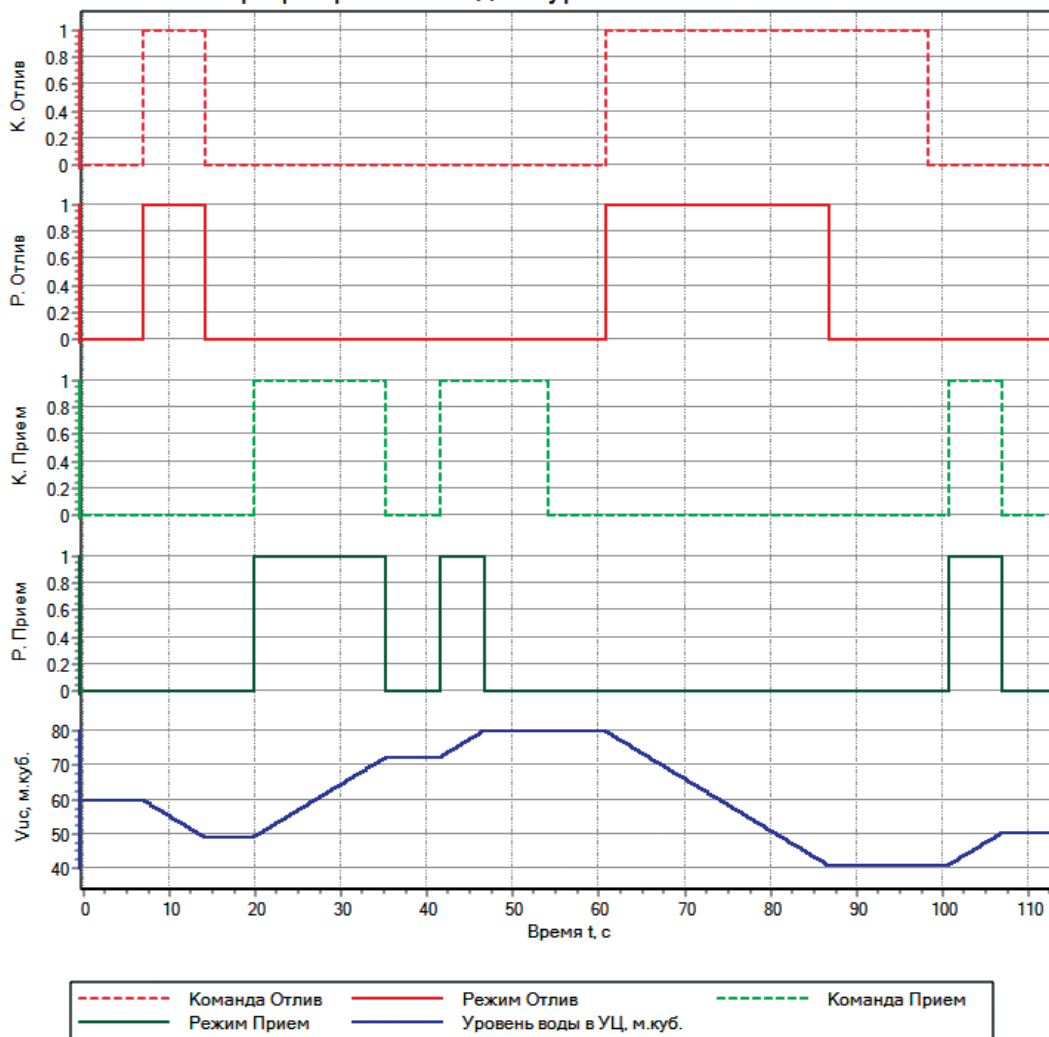


Рис. 5.15. Вывод результата моделирования математической модели УС.  
 Общий объем УЦ = 100 м<sup>3</sup>, начальный уровень УЦ = 60 м<sup>3</sup>, уставка ВУ = 80 м<sup>3</sup>,  
 уставка НУ = 40 м<sup>3</sup>

### 5.3. Создание математической модели дифференциальной системы

Создадим новый проект в ПО «SimInTech» и построим математическую модель ДС, используя структурную схему (см. рис. 4.6) и схему алгоритма работы (см. рис. 4.7).

Так как НДЦ/КДЦ имеют одинаковый объём, и каждая цистерна наполовину заполнена водой и между собой замкнуты (п. 4.3 настоящего практикума), то срабатывание ВУ одной цистерны означает срабатывание НУ другой, то есть для

двух цистерн можно рассматривать два режима работы ДС: «Приём в НДЦ» и «Приём в КДЦ».

Структура полученной математической модели УС в ПО «SimInTech» представлена на рис. 5.16

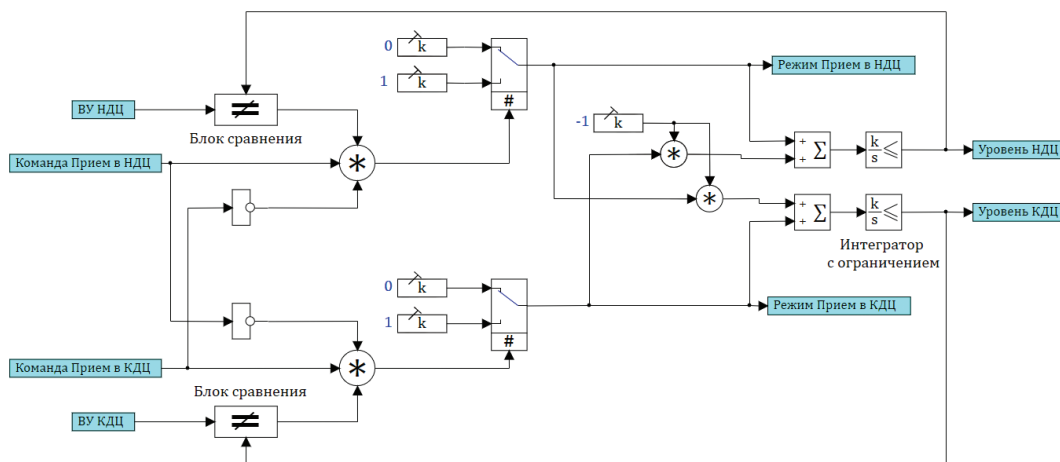


Рис. 5.16. Математическая модель дифференциальной системы в ПО «SimInTech»

На вход модели из БД сигналов (категория «Cistern» → группа сигналов «NDC»/«KDC») поступают цифровые значения уставок ВУ НДЦ, ВУ КДЦ, а также двоичные сигналы команд на перекачку воды из НДЦ в КДЦ / из КДЦ в НДЦ.

На выходе модели в БД сигналов поступают цифровые значения уровня воды в НДЦ и КДЦ, а также двоичные сигналы состояния ДС – приём воды из КДЦ в НДЦ, приём воды из НДЦ в КДЦ.

Текущие уровни воды в НДЦ и КДЦ определяются выходами блоков «Интегратор с ограничением» (рис. 5.17 и 5.18).

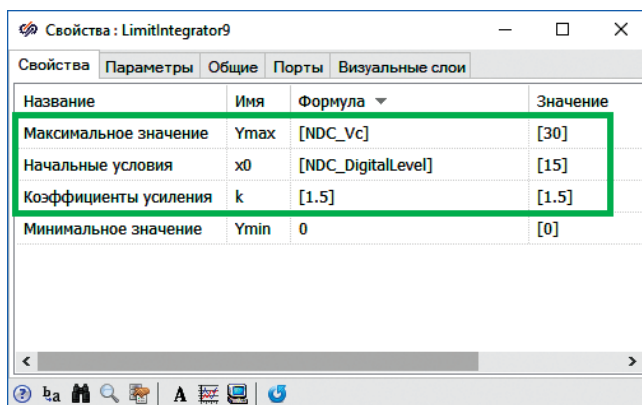


Рис. 5.17. Окно свойств блока «Интегратор с ограничением» (для НДЦ)

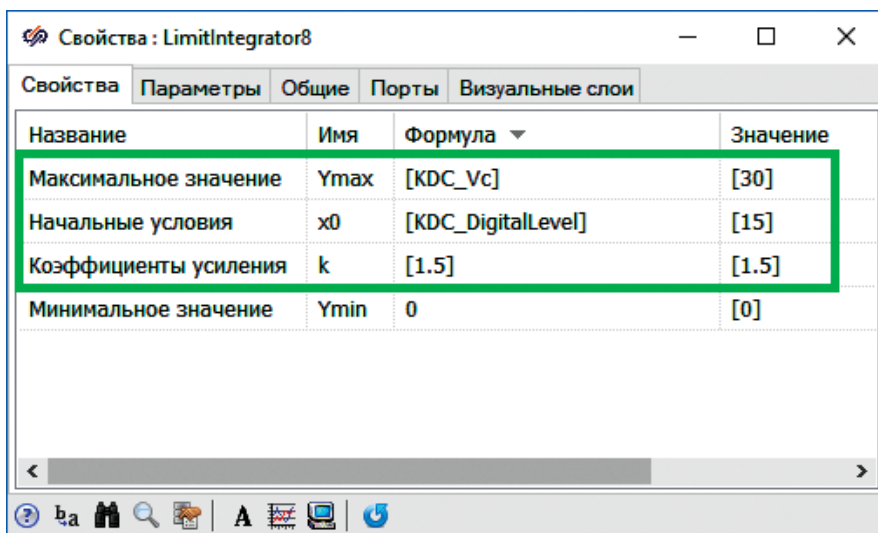


Рис. 5.18. Окно свойств блока «Интегратор с ограничением» (для КДЦ)

В данных блоках задаются объёмы НДЦ и КДЦ – параметр «Максимальное значение» (в рассматриваемой ДС объём НДЦ равен объёму КДЦ и составляет  $30 \text{ м}^3$ ), начальный уровень воды в НДЦ/КДЦ – параметр «Начальные условия» (в рассматриваемой ДС начальный уровень равен текущему уровню воды в НДЦ/КДЦ), коэффициент усиления определяет скорость перекачки воды между цистернами (должны быть одинаковыми).

«Блок сравнения» сравнивает уставки ВУ с текущим уровнем воды в НДЦ/КДЦ, после чего разрешает (выдаёт «1») или запрещает (выдаёт «0») операцию на «Приём в НДЦ»/«Приём в КДЦ» (в зависимости от того, какая команда пришла). Схема субмодели «Блок сравнения» аналогична блоку сравнения модели уравнительной системы (см. рис. 5.13). ВУ в рассматриваемой модели ДС равен максимальному объёму НДЦ/КДЦ и составляет  $30 \text{ м}^3$ .

Запустим построенную математическую модель ДС на исполнение, задав в параметрах расчёта модели «Конечное время расчёта» равным  $1000 \text{ с}$  (см. рис. 3.11), и включив параметр «Синхронизация с реальным временем» во вкладке «Синхронизация» (см. рис. 5.6).

Во время моделирования математической модели ДС на вход будем вручную (из БД сигналов) задавать команды на перекачку воды из КДЦ в НДЦ или из НДЦ в КДЦ.

В ходе моделирования на график будут записываться поступающие команды («Команда Приём в НДЦ», «Команда Приём в КДЦ», состояние ДС («Режим Приём в НДЦ», «Режим Приём в КДЦ») и уровни воды в НДЦ/КДЦ (рис. 5.19).

Поменяем уставку ВУ НДЦ на  $20 \text{ м}^3$ , уставку ВУ КДЦ оставим такой же и повторим моделирование процесса (рис. 5.20).

График работы модели дифференциальной системы

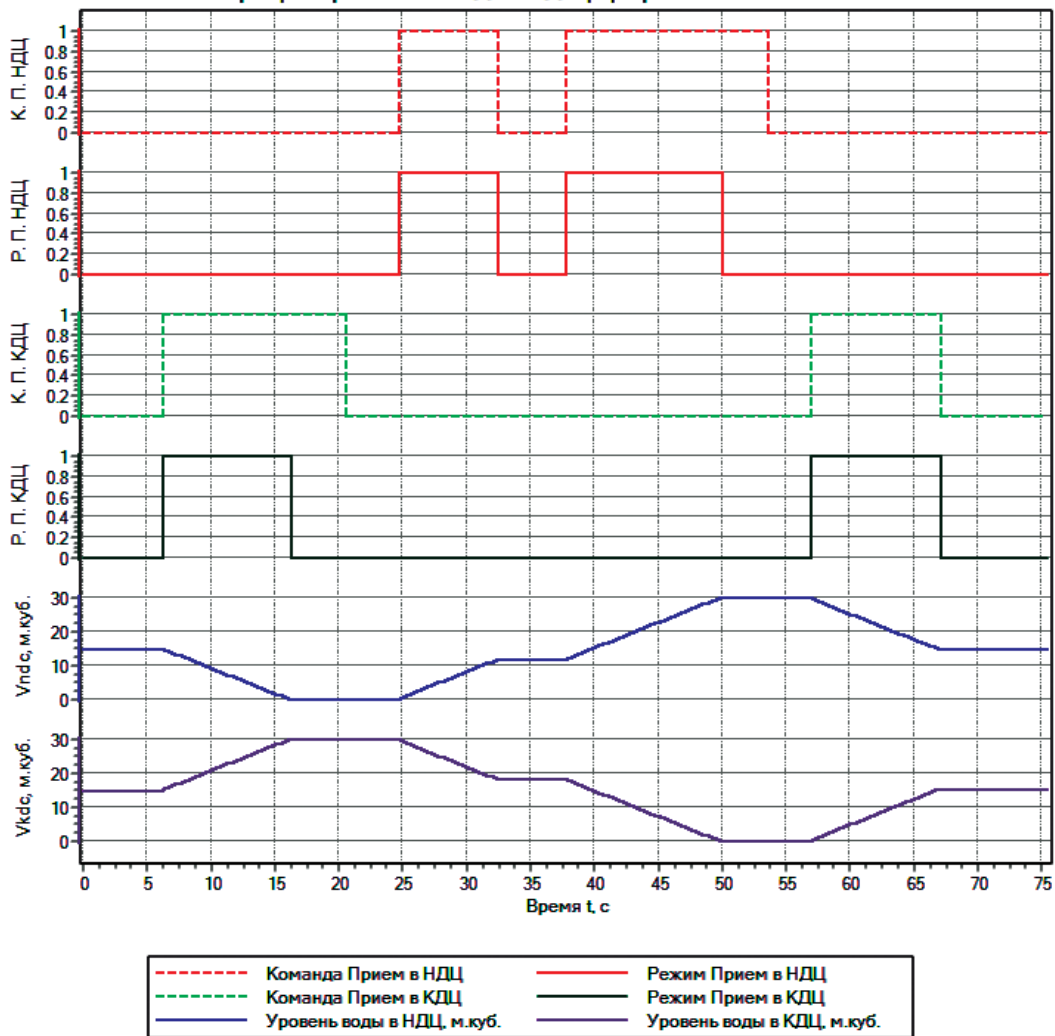


Рис. 5.19. Вывод результата моделирования математической модели ДС.

Общий объем НДЦ = 30 м<sup>3</sup>, начальный уровень НДЦ = 15 м<sup>3</sup>,  
 уставка ВУ НДЦ = 30 м<sup>3</sup>, общий объем КДЦ = 30 м<sup>3</sup>, начальный уровень КДЦ = 15 м<sup>3</sup>,  
 уставка ВУ КДЦ = 30 м<sup>3</sup>

График работы модели дифференциальной системы

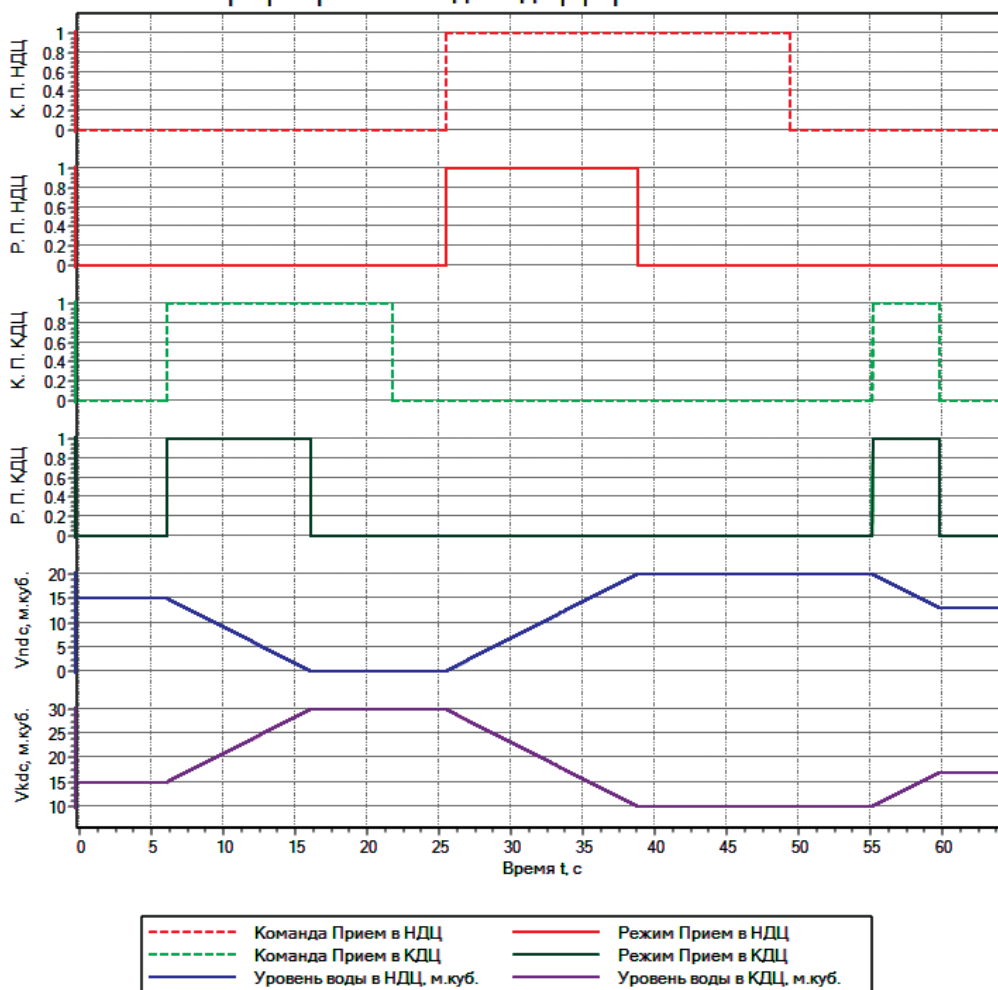


Рис. 5.20. Вывод результата моделирования математической модели ДС.

Общий объем НДЦ = 30 м<sup>3</sup>, начальный уровень НДЦ = 15 м<sup>3</sup>,  
 уставка ВУ НДЦ = 20 м<sup>3</sup>, общий объем КДЦ = 30 м<sup>3</sup>, начальный уровень КДЦ = 15 м<sup>3</sup>,  
 уставка ВУ КДЦ = 30 м<sup>3</sup>

Из результатов моделирования видно, что перекачка воды между дифференциальными цистернами прекращается при достижении уровнем воды граничных значений уставок, при этом команды продолжают выдаваться. Таким образом, работа построенной математической модели ДС соответствует заданному алгоритму работы (см. рис. 4.7).

Реализация зависимости — возмущение по моменту  $M_f$  в зависимости от текущего уровня воды в УЦ по отношению к общему объёму цистерны (формула (4.3)) будет рассмотрена в п. 5.4 настоящего раздела на этапе объединения математических моделей движения подводного объекта и исполнительных органов.

## 5.4. Встраивание математических моделей исполнительных органов в математическую модель движения подводного объекта

Поместим полученные математические модели исполнительных органов в отдельные субмодели, как показано на рис. Б.4 Приложения Б, после чего встроим полученную структуру как одну общую субмодель в имеющуюся математическую модель движения подводного объекта (см. рис. 3.7).

Полученная доработанная структура математической модели движения подводного объекта представлена на рис. 5.21.

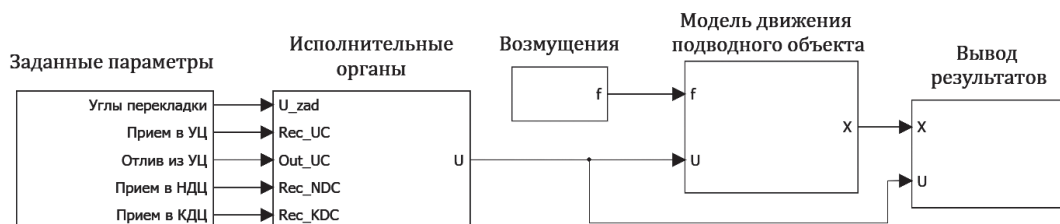


Рис. 5.21. Доработанная структура математической модели движения подводного объекта

На вход блока «Исполнительные органы», который включает в себя субмодели исполнительных органов (рис. Б.4 Приложения Б), поступают вектор заданных углов перекачки (5.1), команды на приём/отлив в/из УЦ, команды на перекачку между НДЦ и КДЦ. На выходе блока – вектор текущих углов перекачки рулей (5.2), который поступает в математическую модель движения подводного объекта.

В субмодели «Возмущения» реализованы возмущения по силе плавучести  $F_f$  и моменту  $M_f$  в соответствии с (4.2) и (4.3) путём написания скрипта (рис. 5.22)

```

Скрипт страницы : Субмодель: Масго7
Файл  Правка  Поиск  Расчёт  Справка
1 // Блок инициализации параметров
  // (выполняется 1 раз перед запуском модели)
2 initialization
3   UC_DigitalLevel = 50; // начальный уровень воды УЦ
4   NDC_DigitalLevel = 15; // начальный уровень воды НДЦ
5   KDC_DigitalLevel = 15; // начальный уровень воды КДЦ
6 end
7
8 // Исполнение (выполняется постоянно при работе модели)
9 // (формула 4.2)
10 Object_UndiffPlav = round((UC_Vc/2 - UC_DigitalLevel)*0.5);
11 // (формула 4.3)
12 Object_UndiffMom = round((NDC_DigitalLevel - KDC_DigitalLevel)*0.5);
13
13: 45
  
```

Рис. 5.22. Субмодель «Заданные параметры»

Подробнее о языке программирования ПО «SimInTech» и редакторе скриптов можно узнать в справочной системе в разделе «Язык программирования» и в разделе «Интерфейс пользователя» → «Схемное окно проекта» → «Окно редактора скрипта».

В субмодель «Заданные параметры» было добавлено формирование команд для уравнительной и дифференциальной системы, а также задание ограничений углов перекачки рулей (рис. 5.23).

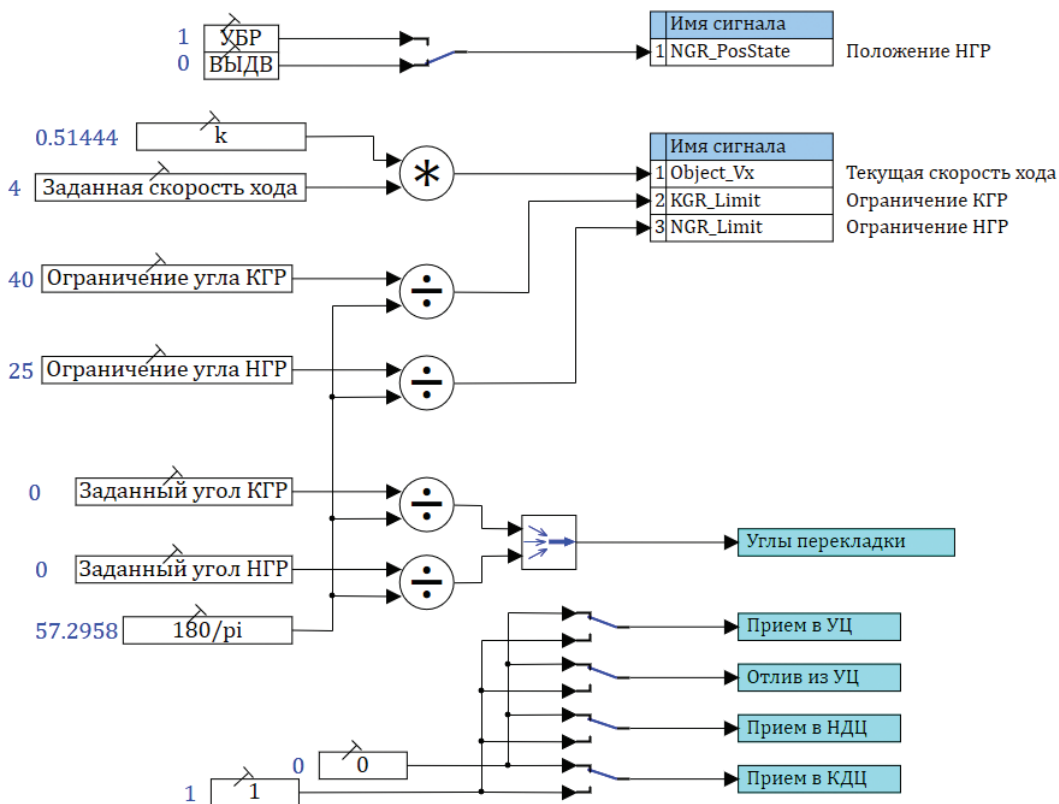


Рис. 5.23. Субмодель «Заданные параметры»

Запустим доработанную математическую модель движения подводного объекта на исполнение, задав в параметрах расчёта модели «Конечное время расчёта» равным 1000 с (см. рис. 3.11) и включив параметр «Синхронизация с реальным временем» во вкладке «Синхронизация» (см. рис. 5.6). Перед моделированием отключим учёт нулевых составляющих в гидродинамических характеристиках  $c_y^0$  и  $m_z^0$  (переменная «GDХ» = 1 в группе сигналов «Object»).

Проверим совместную работу математических моделей гидропривода (при включённой зоне нечувствительности и наличии ограничения хода золотника) и

движения подводного объекта путём задания переключки рулей из блока «Заданные параметры».

В ходе моделирования на график будут записываться углы переключки рулей, параметры глубины, дифферента и угла атаки (рис. 5.24). Для удобства восприятия угол переключки КГР будем записывать с обратным знаком («минус» – на погружение, «плюс» – всплытие, однако в математических расчётах принято наоборот).

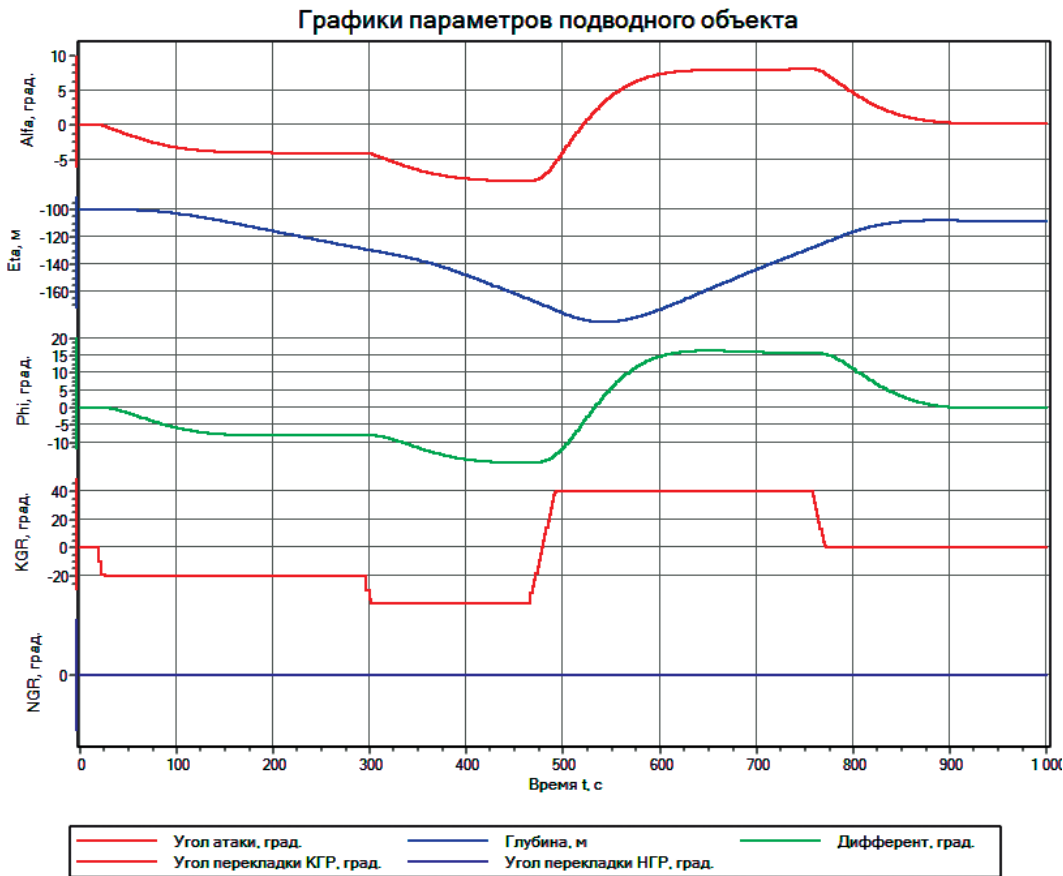


Рис. 5.24. Вывод результата моделирования математических моделей гидропривода и движения подводного объекта.

Заданная скорость хода 4 уз, НГР (выдвинуты),  $GDX = 1$ , возмущение по  $F = 0$  Н, возмущение по  $M = 0$  Н·м

Увеличим скорость хода до 10 уз и повторим моделирование с участием в процессе НГР (рис. 5.25).

### Графики параметров подводного объекта

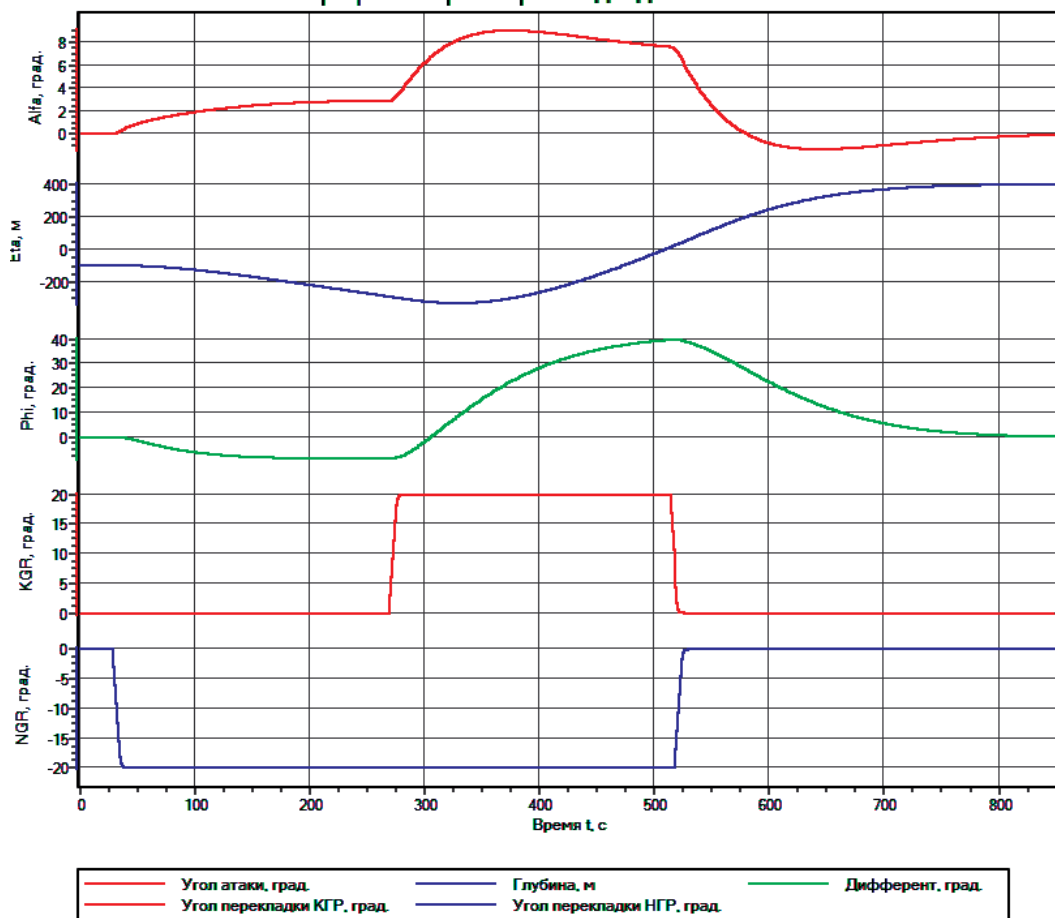


Рис. 5.25. Вывод результата моделирования математических моделей гидропривода и движения подводного объекта.

Заданная скорость хода 10 уз, НГР (выдвинуты),  $GDX = 1$ , возмущение по  $F = 0$  Н, возмущение по  $M = 0$  Н·м

Результаты моделирования показали (рис. 5.24 и 5.25), что при задании угла перекладки рулей на погружение подводный объект начинает набирать дифферент на погружение и осуществлять погружение. При задании угла перекладки рулей на всплытие – наоборот. Чем больше угол перекладки, тем сильнее изменяются параметры. С ростом скорости хода растёт не только скорость изменения параметров, но и их величина – в результате роста эффективности сил и моментов, создаваемых на рулях. Эффективность КГР больше эффективности НГР, как и следовало ожидать, ввиду того, что КГР имеют большую площадь (в три раза) по сравнению с НГР (рис. 5.25).

Проверим совместную работу математических моделей УС и движения подводного объекта путём задания из блока «Заданные параметры» команд на приём/отлив в/из УЦ.

В ходе моделирования на график будут записываться параметры угла атаки, глубины погружения, дифферента, уровня воды в УЦ и величина возмущения по силе плавучести  $F$  (рис. 5.26).

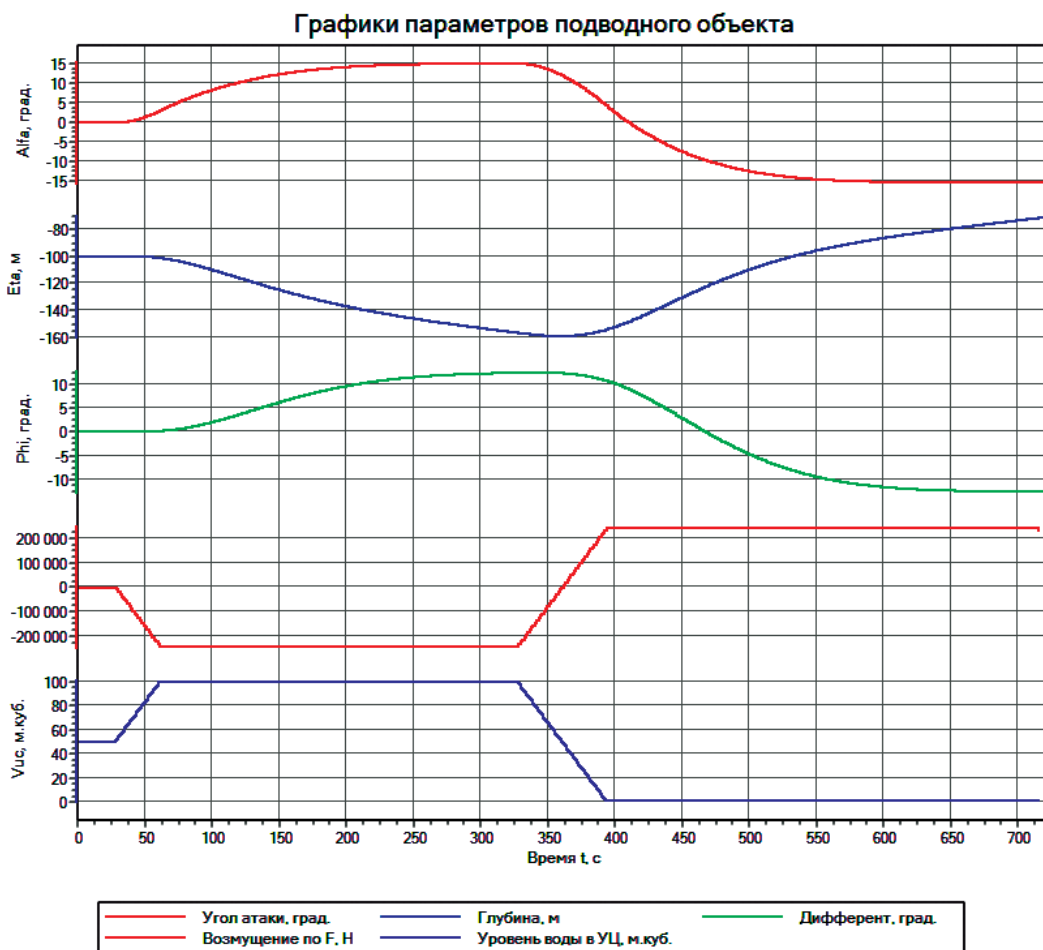


Рис. 5.26. Вывод результата моделирования математических моделей УС и движения подводного объекта.

Заданная скорость хода 5 уз, угол НГР =  $0^\circ$  (выдвинуты), угол КГР =  $0^\circ$ ,  $GDX = 1$ , возмущение по  $F = \pm 250$  кН, возмущение по  $M = 0$  Н·м

Увеличим скорость хода до 10 уз и повторим моделирование (рис. 5.27).

### Графики параметров подводного объекта

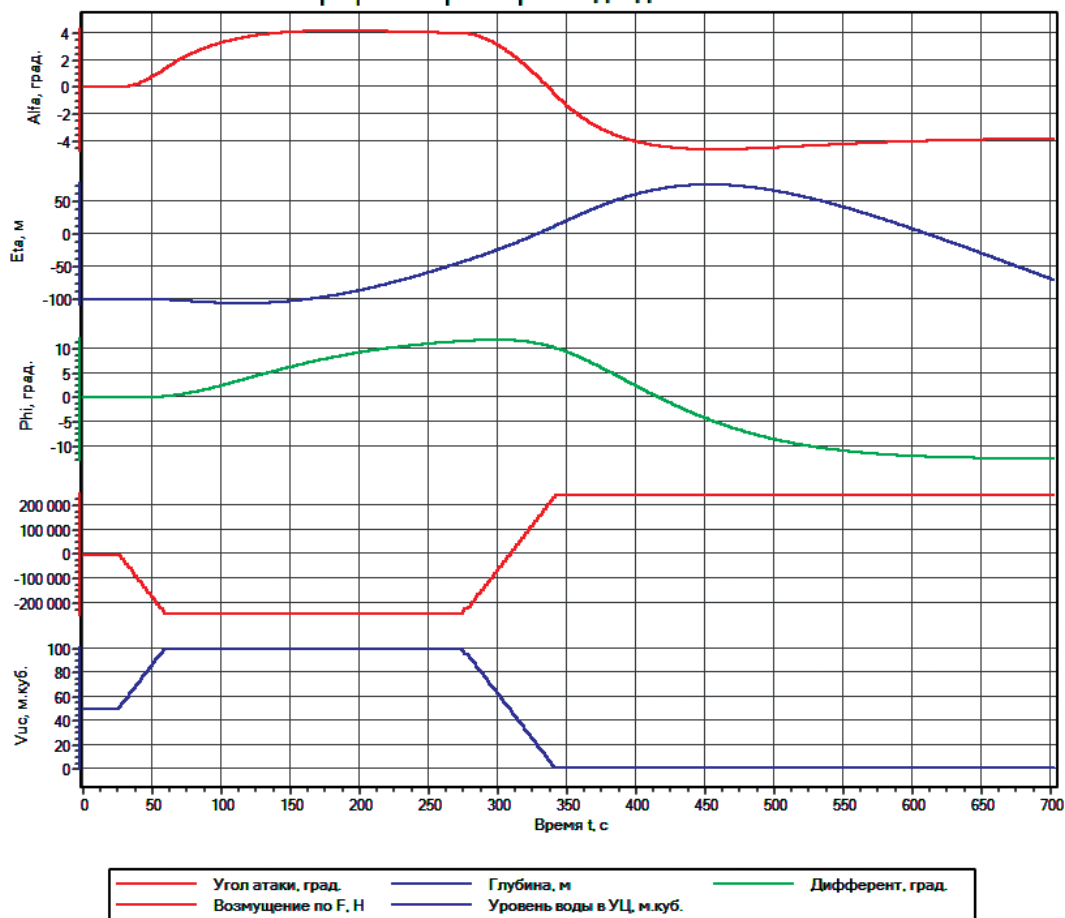


Рис. 5.27. Вывод результата моделирования математических моделей УС и движения подводного объекта.

Заданная скорость хода 10 уз, угол НГР = 0°(выдвинуты), угол КГР = 0°, GDX = 1, возмущение по  $F = \pm 250$  кН, возмущение по  $M = 0$  Н·м

Из результатов моделирования видно, что на скорости хода 4 уз (см. рис. 5.26) при осуществлении приёма в УЦ подводный объект начинает погружаться, так как становится тяжёлым по плавучести, при этом начинает расти дифферент на всплытие вследствие того, что УЦ находится кормовее центра масс подводного объекта. Подводному объекту не хватает скорости хода, чтобы с набранным дифферентом на всплытие начать всплывать, что видно, когда повторили моделирование с большей скоростью (рис. 5.27). Обратная ситуация происходит при осуществлении отлива воды из УЦ.

Проверим совместную работу математических моделей ДС и движения подводного объекта путём задания из блока «Заданные параметры» команд на перекачку воды между НДЦ и КДЦ.

В ходе моделирования на график будут записываться параметры угла атаки, глубины погружения, дифферента, уровня воды в НДЦ/КДЦ и величина возмущения по моменту  $M$  (рис. 5.28).

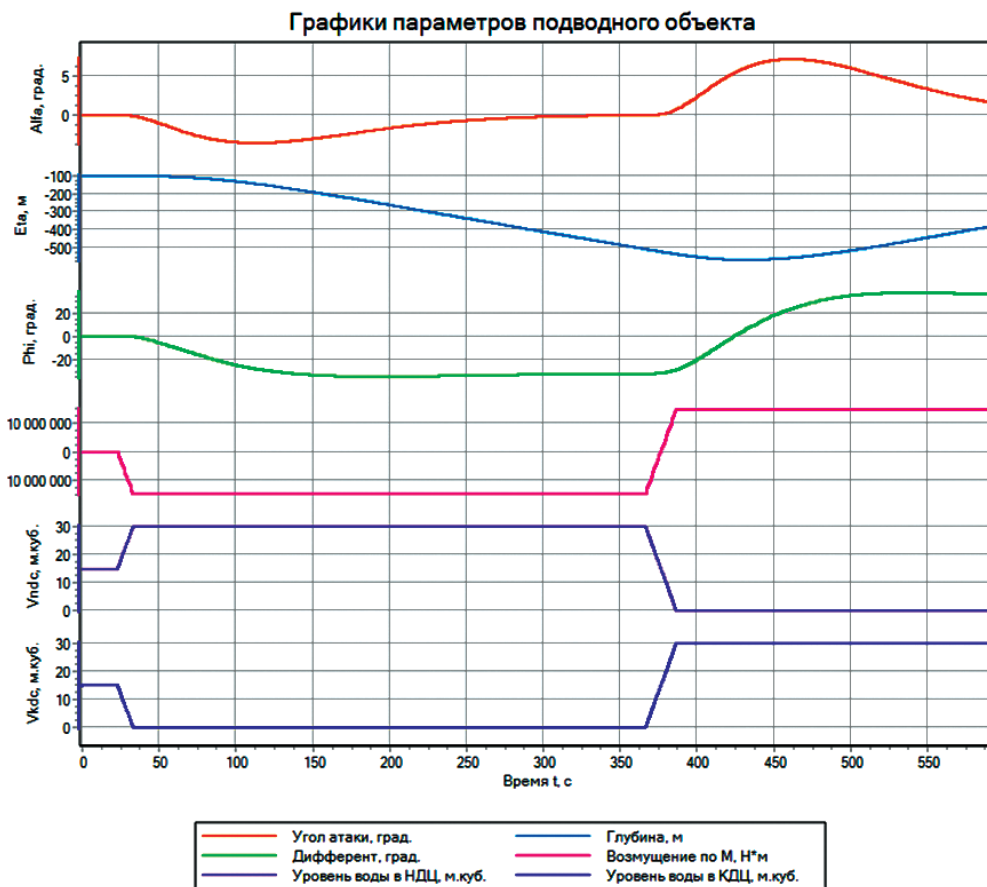


Рис. 5.28. Вывод результата моделирования математических моделей УС и движения подводного объекта.

Заданная скорость хода 5 уз, угол НГР =  $0^\circ$  (выдвинуты), угол КГР =  $0^\circ$ ,  $GDX = 1$ , возмущение по  $F = 0$  Н, возмущение по  $M = \pm 14715$  кН·м

Из результатов моделирования видно, что при осуществлении перекачки воды из КДЦ в НДЦ подводный объект начинает набирать дифферент на погружение (создаётся момент на нос), вследствие чего растёт глубина погружения. При перекачке воды из НДЦ в КДЦ – растёт дифферент на всплытие (создаётся момент на корму), поэтому подводный объект начинает всплывать.

Полученные выше результаты моделирования носят ожидаемый (предсказуемый) характер, что говорит об успешности совместного применения моделей движения подводного объекта, гидропривода, уравнительной и дифферентной систем.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В Разделе 1 настоящих материалов рассмотрены основные сведения о подводных объектах и его исполнительных органах управления. Представлены общие понятия об управлении подводным объектом, а также задачи, возникающие при проектировании подводных объектов, и способы их решения. Проведён обзор возможностей ПО «SimInTech» в части решения задач построения моделей объектов управления.

В Разделе 2 разобрана теория движения подводного объекта. Описаны характерные физические процессы и явления, возникающие при движении объекта под водой. Выполнена математическая постановка задачи движения объекта под водой в вертикальной плоскости, представлены уравнения динамики, кинематические соотношения, составляющие результирующих сил и моментов от исполнительных органов. Получена структура математической модели движения подводного объекта. Проведён аналитический расчёт параметров установившегося движения объекта в вертикальной плоскости.

В Разделе 3 описан процесс построения математической модели и решение задачи о движении подводного объекта средствами ПО «SimInTech». Выполнено моделирование построенной математической модели и проведено сравнение результатов моделирования с результатами аналитического расчёта.

В Разделе 4 рассмотрены основные сведения об исполнительных органах управления подводного объекта, описана работа гидропривода, уравнивающей и дифференциальной систем. Приведено математическое описание работы исполнительных органов, представлены структурные схемы и алгоритмы работы моделей исполнительных органов.

В Разделе 5 описан процесс построения математических моделей гидропривода, уравнивающей и дифференциальной систем средствами ПО «SimInTech». Выполнено моделирование исполнительных органов и проведено сравнение полученных результатов со схемами алгоритмов работ.

Описан процесс встраивания математических моделей исполнительных органов в математическую модель движения подводного объекта. Проведено совместное моделирование моделей движения подводного объекта, гидропривода, уравнивающей и дифференциальной систем.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Лукомский Ю.А., Корчанов В.М.* Управление морскими подвижными объектами: Учебник. — СПб.: Элмор, 1996. — 320 с.
2. *Веремей Е.И., Корчанов В.М., Коровкин М.В., Погожев С.В.* Компьютерное моделирование систем управления движением морских подвижных объектов. — СПб.: НИИ Химии СПбГУ, 2002. — 370 с.
3. ГОСТ Р 57412–2017. Компьютерные модели в процессах разработки, производства и эксплуатации изделий. Общие положения. — М.: Стандартинформ, 2017. — IV, 11 с.
4. *Боровков А.И., Лысенко Л.В., Биленко П.Н.* и др. Цифровое производство. Методы, экосистемы, технологии [Текст]: Рабочий доклад департамента корпоративного обучения. — [Б. м.]: Московская школа управления СКОЛКОВО, 2017. — 82 (4) с.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**  
**(справочное)**  
**Параметры подводного объекта**

В приложении представлены параметры подводного объекта, который моделируется в настоящей работе.

Таблица А.1. Перечень параметров подводного объекта

Наименование параметра	Обозначение	Единица	Значение
Плотность воды	$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	1,020
Метацентрическая высота	$h$	м	0,2
Момент инерции относительно оси $OZ$	$J_{zz}$	кг·м <sup>2</sup>	1,7564805E10
Масса подводного объекта	$m$	кг	13260000
Коэффициент присоединённых масс	$\lambda_{11}$	кг	397800
Коэффициент присоединённых масс	$\lambda_{22}$	кг	12994800
Коэффициент присоединённых статических моментов	$\lambda_{26}$	кг·м	-81064615
Коэффициент присоединённых моментов	$\lambda_{66}$	кг·м <sup>2</sup>	8,7973865E9
Водоизмещение подводного объекта	$W$	кг	13000000
Коэффициенты в уравнении гидродинамической силы	$c_y^0$	—	-0,0025
	$c_y^\alpha$	—	0,62
	$c_y^{\omega_z}$	—	1,0
Коэффициенты в уравнении гидродинамического момента	$m_z^0$	—	-0,008
	$m_z^\alpha$	—	0,68
	$m_z^{\omega_z}$	—	-4,3
Коэффициент гидродинамической силы от КГР	$c_y^{КГР}$	—	0,1031
Коэффициент гидродинамической силы от НГР	$c_y^{НГР}$	—	0,0732
Коэффициент гидродинамического момента от КГР	$m_z^{КГР}$	—	-0,266
Коэффициент гидродинамического момента от НГР	$m_z^{НГР}$	—	0,134

# ПРИЛОЖЕНИЕ Б (справочное)

## Схемы субмоделей математической модели движения подводного объекта

В приложении представлены схемы субмоделей математической модели движения подводного объекта.

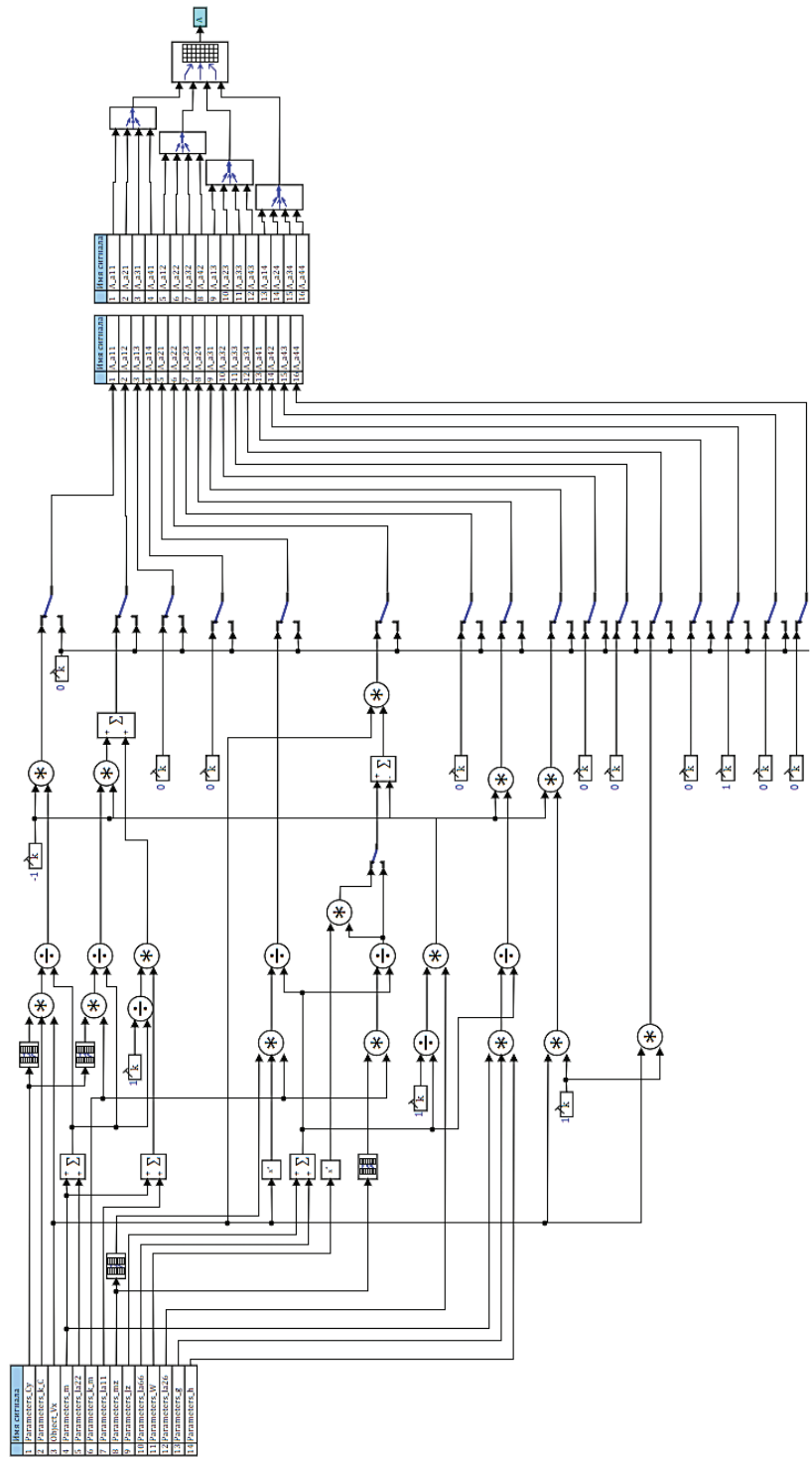


Рис. Б.1. Схема субмодели расчёта матрицы состояний А

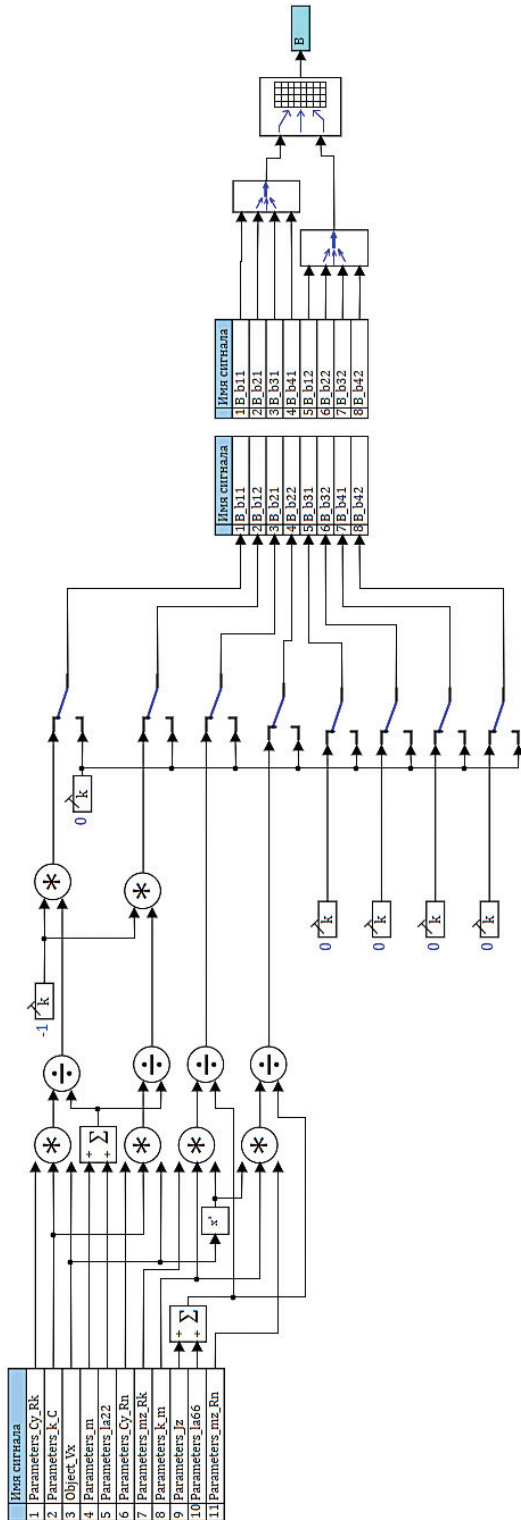


Рис. Б.2. Схема submodule расчёта матрицы управления В

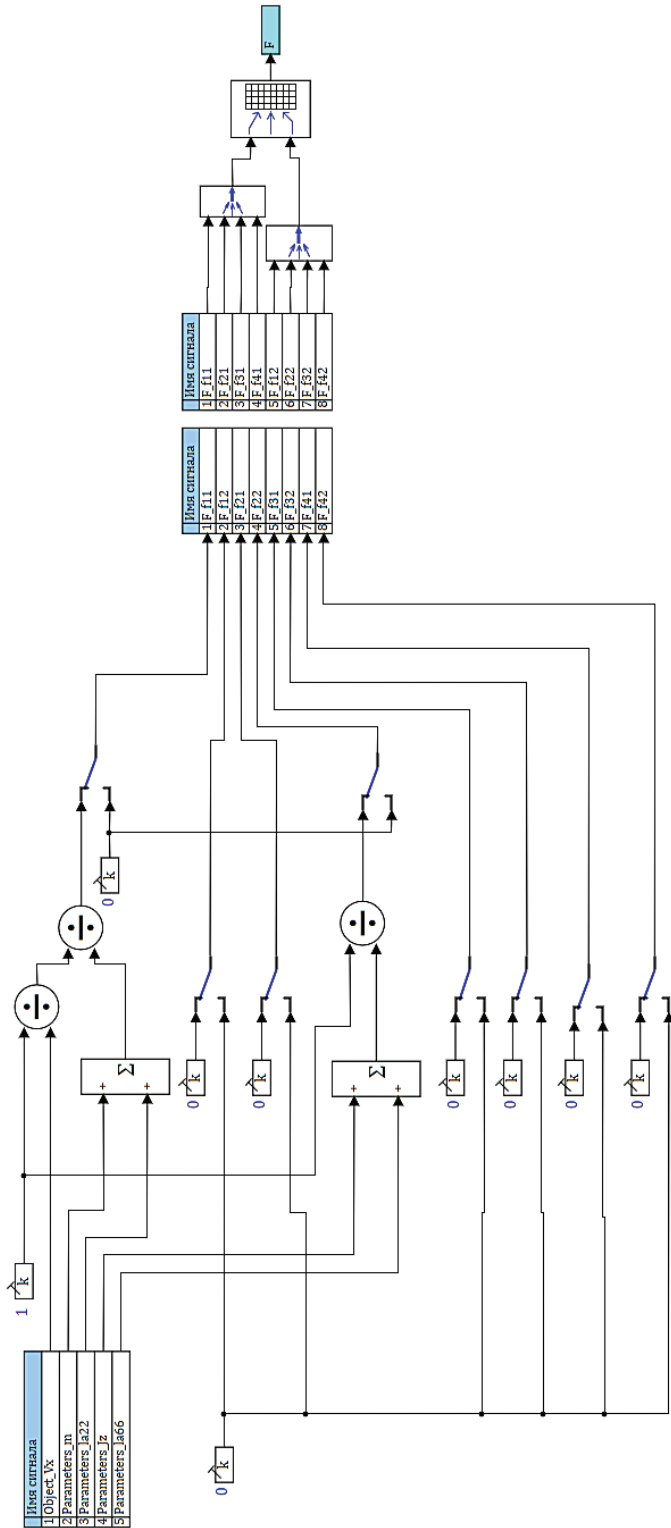


Рис. Б.3. Схема субмодели расчёта матрицы возмущений  $F$

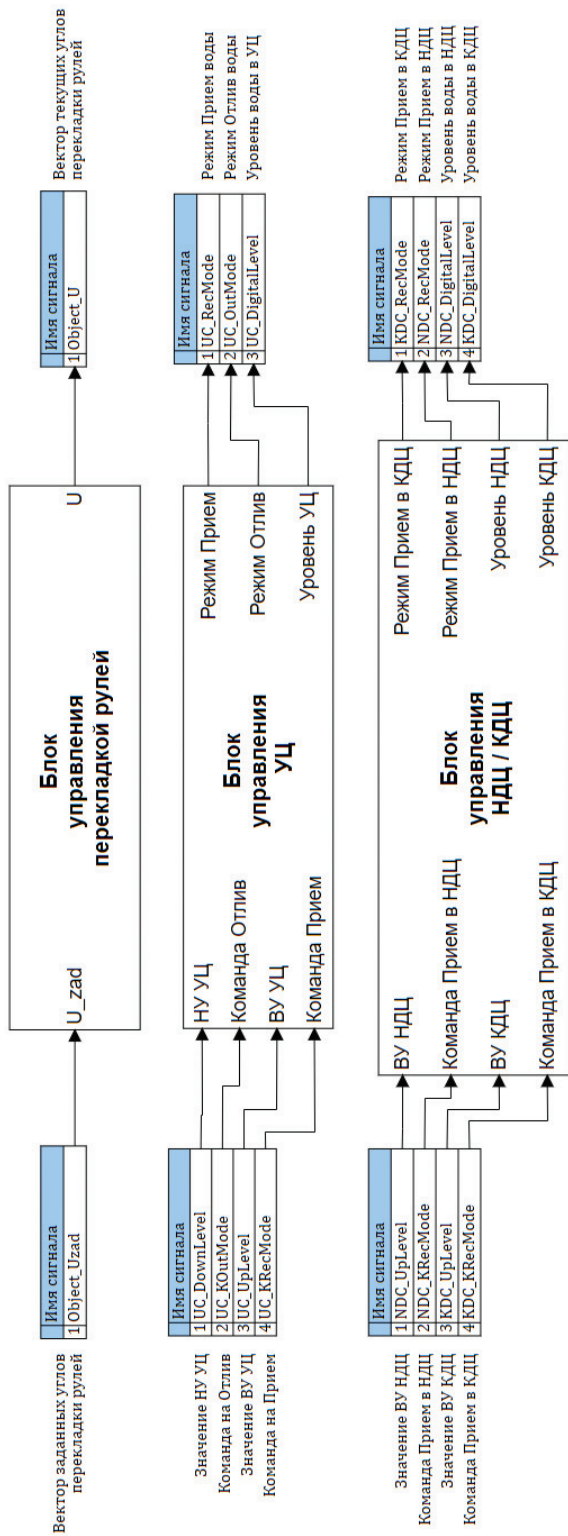


Рис. Б.4. Структурная схема субмоделей исполнительных органов

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

(справочное)

### Перечень сигналов базы данных математической модели движения подводного объекта

В приложении представлен перечень сигналов математической модели движения подводного объекта, содержащийся в базе данных ПО «SimInTech».

Таблица В.1. Перечень сигналов базы данных математической модели движения подводного объекта

Категория (описание)	Группа сигналов (описание)	Имя сигнала	Название	Тип данных
DataObject (данные по подводному объекту)	Object (состояние подводного объекта)	Vx	Текущая скорость	вещественное
		UndiffPlav	Неудиф-ность по плавучести	вещественное
		UndiffMom	Неудиф-ность по моменту	вещественное
		UndiffL	Расстояние между НДЦ и КДЦ	вещественное
		Fvozm	Вектор возмущений	массив
		Uzad	Вектор заданных углов рулей	массив
		U	Вектор текущих углов рулей	массив
		X	Вектор тек. состояния объекта	массив
		GDX	Задание нелин. возмущений	двоичное
		GDX_KGR	Задание нелинейности ГДХ КГР	двоичное
	Parameters (параметры подводного объекта)	g	Ускорение свободного падения	вещественное
		Ro	Плотность воды	вещественное
		W	Водоизмещение	вещественное
		h	Метацентрическая высота	вещественное
		Jz	Момент инерции относ. оси Oz	вещественное
		m	Масса подводного объекта	вещественное
		k_m	Коэф-ты ГДХ для момента	вещественное
k_C	Коэф-ты ГДХ для силы	вещественное		

Категория (описание)	Группа сигналов (описание)	Имя сигнала	Название	Тип данных
DataObject (данные по подводному объекту)	Parameters (параметры подводного объекта)	la11	Коэф-т присоединенных масс	вещественное
		la22	Коэф-т присоединенных масс	вещественное
		la26	Коэф-т присоед. моментов	вещественное
		la66	Коэф-т присоедин. моментов	вещественное
		Sy0	Коэф-т ГДХ уравнения силы	вещественное
		mz0	Коэф-т ГДХ уравнения момента	вещественное
		mz	Знач. уравн. гидродин. момента	массив
		Sy	Знач. уравн. гидродинам. силы	массив
		Sy_Rk	Коэф-т ГДХ уравн. силы КГР	вещественное
		Sy_Rn	Коэф-т ГДХ уравн. силы НГР	вещественное
		mz_Rk	Коэф-т ГДХ уравн. момента КГР	вещественное
		mz_Rn	Коэф-т ГДХ уравн. мом. НГР	вещественное
		Sy_a	Коэф. ГДХ уравн.силы НГР УБР	вещественное
		Sy_Wz	Коэф. ГДХ уравн.силы НГР УБР	вещественное
		Sy_a1	Коэф. ГДХ уравн. силы НГР В	вещественное
		Sy_Wz1	Коэф. ГДХ уравн. силы НГР В	вещественное
		mz_a	Коэф. ГДХ уравн. мом. НГР УБР	вещественное
		mz_Wz	Коэф. ГДХ уравн. мом. НГР УБР	вещественное
	mz_a1	Коэф. ГДХ уравн. мом. НГР В	вещественное	
	mz_Wz1	Коэф. ГДХ уравн. мом. НГР В	вещественное	
	InitConditions (начальное состояние объекта)	Vy0	Начальная скорость Vy	вещественное
		Wz0	Начальная угловая скорость Wz	вещественное
Eta0		Начальная глубина Eta	вещественное	
Psi0		Начальный дифферент Psi	вещественное	

Категория (описание)	Группа сигналов (описание)	Имя сигнала	Название	Тип данных
Rudder (данные и состояния рулей)	KGR (данные и состояния КГР)	AngleLeft	Положение ЛП КГР	вещественное
		AngleRight	Положение ПП КГР	вещественное
		Limit	Ограничение перекладки КГР	вещественное
	NGR (данные и состояния НГР)	AngleLeft	Положение ЛП НГР	вещественное
		AngleRight	Положение ПП НГР	вещественное
		Limit	Ограничение перекладки НГР	вещественное
		PosState	Выдвинуты/Убраны	двоичное
Cistern (данные и команды управления цистернами)	UC (данные и команды управления УЦ)	Vc	Объем цистерны УЦ	вещественное
		DigitalLevel	Цифровой уровень цистерны УЦ	вещественное
		UpLevel	ВУ цистерны УЦ	вещественное
		DownLevel	НУ цистерны УЦ	вещественное
		RecMode	Режим «Прием воды» в УЦ	двоичное
		OutMode	Режим «Отлив воды» из УЦ	двоичное
		KRecMode	Команда на «Прием воды» в УЦ	двоичное
		KOutMode	Команда на «Отлив воды» из УЦ	двоичное
	NDC (данные и команды управления НДЦ)	Vc	Объем цистерны НДЦ	вещественное
		DigitalLevel	Цифровой уровень НДЦ	вещественное
		UpLevel	ВУ цистерны НДЦ	вещественное
		RecMode	Режим «Прием воды» в НДЦ	двоичное
		KRecMode	Команда «Прием воды» в НДЦ	двоичное
	KDC (данные и команды управления КДЦ)	Vc	Объем цистерны КДЦ	вещественное
		DigitalLevel	Цифровой уровень КДЦ	вещественное
UpLevel		ВУ цистерны КДЦ	вещественное	
RecMode		Режим «Прием воды» в КДЦ	двоичное	
KRecMode		Команда «Прием воды» в КДЦ	двоичное	

Категория (описание)	Группа сигналов (описание)	Имя сигнала	Название	Тип данных
Matrix (матрицы модели подводного объекта)	F (элементы матрицы возмущений)	f11	Элемент f11 матрицы F	вещественное
		f12	Элемент f12 матрицы F	вещественное
		f21	Элемент f21 матрицы F	вещественное
		f22	Элемент f22 матрицы F	вещественное
		f31	Элемент f31 матрицы F	вещественное
		f32	Элемент f32 матрицы F	вещественное
		f41	Элемент f41 матрицы F	вещественное
		f42	Элемент f42 матрицы F	вещественное
	B (элементы матрицы управления)	b11	Элемент b11 матрицы B	вещественное
		b12	Элемент b12 матрицы B	вещественное
		b21	Элемент b21 матрицы B	вещественное
		b22	Элемент b22 матрицы B	вещественное
		b31	Элемент b31 матрицы B	вещественное
		b32	Элемент b32 матрицы B	вещественное
b41		Элемент b41 матрицы B	вещественное	
b42		Элемент b42 матрицы B	вещественное	

Категория (описание)	Группа сигналов (описание)	Имя сигнала	Название	Тип данных
Matrix (матрицы модели подводного объекта)	А (элементы матрицы состояния)	a11	Элемент a11 матрицы А	вещественное
		a12	Элемент a12 матрицы А	вещественное
		a13	Элемент a13 матрицы А	вещественное
		a14	Элемент a14 матрицы А	вещественное
		a21	Элемент a21 матрицы А	вещественное
		a22	Элемент a22 матрицы А	вещественное
		a23	Элемент a23 матрицы А	вещественное
		a24	Элемент a24 матрицы А	вещественное
		a31	Элемент a31 матрицы А	вещественное
		a32	Элемент a32 матрицы А	вещественное
		a33	Элемент a33 матрицы А	вещественное
		a34	Элемент a34 матрицы А	вещественное
		a41	Элемент a41 матрицы А	вещественное
		a42	Элемент a42 матрицы А	вещественное
		a43	Элемент a43 матрицы А	вещественное
		a44	Элемент a44 матрицы А	вещественное

**ПРИЛОЖЕНИЕ Г**  
**(обязательное)**  
**Перечень файлов в обеспечение практикума**

Таблица Г.1. Список файлов с методическими материалами

Имя файла
Материалы.docx
Презентация.pptx

Таблица Г.2. Список файлов к теме № 3

Имя файла
Тема №3/ModelSumPak.pak
Тема №3/SUM.db
Тема №3/SUM.dbconf
Тема №3/Модель объекта/Модель объекта.prt
Тема №3/Модель объекта/Модель объекта.mgr
Тема №3/Модель объекта/Модель объекта.dblocalconf
Тема №3/Структурная модель/Структурная модель.prt
Тема №3/Структурная модель/Структурная модель.mgr
Тема №3/Структурная модель/Структурная модель.dblocalconf

Таблица Г.3. Список файлов к теме № 5

Имя файла
Тема №5/ModelSumPak.pak
Тема №5/SUM.db
Тема №5/SUM.dbconf
Тема №5/Модель ИО/Модель ИО.prt
Тема №5/Модель ИО/Модель ИО.mgr
Тема №5/Модель ИО/Модель ИО.dblocalconf
Тема №5/Модель объекта/Модель объекта.prt
Тема №5/Модель объекта/Модель объекта.mgr
Тема №5/Модель объекта/Модель объекта.dblocalconf
Тема №5/Структурная модель/Структурная модель.prt
Тема №5/Структурная модель/Структурная модель.mgr
Тема №5/Структурная модель/Структурная модель.dblocalconf

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Термины и определения .....	3
Перечень сокращений и обозначений .....	4
Введение .....	5
<b>1. Основные сведения по направлению практикума .....</b>	<b>6</b>
<b>2. Основные сведения о движении подводного объекта .....</b>	<b>10</b>
2.1. Кинематические параметры движения подводного объекта .....	10
2.2. Основные силы и моменты, действующие на подводный объект .....	14
2.3. Силы и моменты инерционной природы .....	15
2.4. Гидродинамические силы и моменты .....	18
2.5. Массовые силы и моменты .....	19
2.6. Силы и моменты средств управления .....	20
2.6.1. Силы и моменты от горизонтальных рулей .....	20
2.6.2. Силы и моменты от винта .....	21
2.7. Математические модели (полная и линейная) движения подводного объекта в вертикальной плоскости .....	21
2.8. Аналитический расчёт параметров установившегося движения подводного объекта .....	25
2.9. Определение угла атаки и дифферента подводного объекта при заданном угле перекадки КГР .....	25
2.10. Определение балансирующего угла атаки и углов перекадки КГР при горизонтальном движении подводного объекта .....	26
<b>3. Построение модели движения подводного объекта в ПО компьютерного моделирования .....</b>	<b>27</b>
3.1. Создание математической модели движения подводного объекта .....	27
3.2. Моделирование аналитических расчётов .....	35
<b>4. Основные сведения об исполнительных органах управления .....</b>	<b>39</b>
4.1. Гидравлический привод рулевых устройств .....	39
4.2. Уравнительная система .....	41
4.3. Дифференциальная система .....	43

<b>5. Построение моделей исполнительных органов подводного объекта в ПО компьютерного моделирования</b> .....	44
5.1. Создание математической модели гидравлического привода рулевых устройств .....	45
5.2. Создание математической модели уравнительной системы .....	53
5.3. Создание математической модели дифференциальной системы .....	56
5.4. Встраивание математических моделей исполнительных органов в математическую модель движения подводного объекта .....	61
<b>Заключение</b> .....	68
<b>Список использованных источников</b> .....	69
<b>Приложение А (справочное)</b>	
Параметры подводного объекта .....	70
<b>Приложение Б (справочное)</b>	
Схемы субмоделей математической модели движения подводного объекта ....	71
<b>Приложение В (справочное)</b>	
Перечень сигналов базы данных математической модели движения подводного объекта .....	75
<b>Приложение Г (обязательное)</b>	
Перечень файлов в обеспечение практикума .....	80

**Саитов Илья Петрович  
Ровник Владимир Владимирович  
Сумин Александр Викторович  
Курносов Андрей Алексеевич  
Бородавкин Вячеслав Александрович  
Фомичев Дмитрий Владимирович  
Деулин Андрей Александрович  
Романова Мария Игоревна**

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ  
В ПРИЛОЖЕНИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ СИНТЕЗА МОДЕЛИ  
ДВИЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО ОБЪЕКТА**

Редактор *Е.В. Дмитриева*  
Компьютерная верстка *О.Г. Лавровой*

Подписано в печать 09.08.2024.  
Бумага офсетная. Формат 70x100 1/16. Печать цифровая.  
Усл. печ. л. 6,82. Уч.-изд. л. 5,25. Тираж 30 экз.  
Заказ 427/1283.

Издательство МАИ  
(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993

Типография Издательства МАИ  
(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993



